

Интернет-журнал «Мир науки» / World of Science. Pedagogy and psychology <https://mir-nauki.com>

2018, №3, Том 6 / 2018, No 3, Vol 6 <https://mir-nauki.com/issue-3-2018.html>

URL статьи: <https://mir-nauki.com/PDF/88PDMN318.pdf>

Статья поступила в редакцию 23.06.2018; опубликована 11.08.2018

Ссылка для цитирования этой статьи:

Швед Е.А. Начальный этап освоения решения исследовательских задач в курсе алгебры // Интернет-журнал «Мир науки», 2018 №3, <https://mir-nauki.com/PDF/88PDMN318.pdf> (доступ свободный). Загл. с экрана. Яз. рус., англ.

For citation:

Shved E.A. (2018). The initial stage of mastering the solution of research problems in the course of algebra. *World of Science. Pedagogy and psychology*, [online] 3(6). Available at: <https://mir-nauki.com/PDF/88PDMN318.pdf> (in Russian)

УДК 378

ГРНТИ 14.35

Швед Елена Анатольевна

ФГБОУ ВО «Омский государственный университет путей сообщения», Омск, Россия
Доцент кафедры «Высшая математика»
Кандидат физико-математических наук
E-mail: shvedsv@yandex.ru

Начальный этап освоения решения исследовательских задач в курсе алгебры

Аннотация. Важнейшей задачей подготовки специалистов согласно ФГОС третьего поколения, ориентированных на компетентности подход, является умение выпускника решать задачи профессиональной направленности. Большинство задач, возникающих в ходе профессиональной деятельности, предполагает нестандартный, творческий подход к решению, частью связанный с определенной долей исследовательских шагов. В связи с этим, статья посвящена изучению проблемы формирования навыков самостоятельной исследовательской работы обучающихся. В качестве иллюстрации предложена реализация обучения данному виду деятельности обучающихся первого курса специальностей, связанных с информационной безопасностью, при изучении дисциплины «Алгебра». Для ориентировки в логике изложения дисциплины, приведен тематический план практических занятий, соответствующий разработанной рабочей программе дисциплины. Предложен перечень заданий, позволяющих осуществить плавный переход от решения стандартных задач по известным алгоритмам, к задачам с элементами исследования, предполагающим творческий подход с элементами анализа. Описаны проблемы, возникающие при обучении исследовательской деятельности, отмечены уже имеющиеся разработки в этой области. Также затронуты сопутствующие сложности, возникающие при переходе от решения стандартных, имеющих сформировавшиеся алгоритмы решения задач, к задачам, предполагающим нестандартный, творческий подход с элементами исследования. Хорошо изученной методикой, позволяющей реализовать описанные задачи в образовательном процессе, является проблемное обучение. Именно такой подход и используется в данной работе. Кроме того, отмечены проблемы, связанные с высоким уровнем абстракции при изучении данной дисциплины, требующие отдельного изучения. В заключение, приведены практические результаты разработанной методики, успешно применяющейся в учебном процессе.

Ключевые слова: изучение дисциплины «Алгебра»; математические дисциплины; учебно-исследовательские задачи; начальный этап формирования навыков; перечень заданий; самостоятельный анализ данных; творческий подход; проблемное обучение

Согласно ФГОС ВО последнего поколения, ориентированных на компетентностный подход, важнейшей задачей подготовки специалистов является формирование умений решать задачи профессиональной направленности. В соответствии с этим, одной из целей обучения каждой из преподаваемых дисциплин наряду со стандартными индикаторами сформированности компетенции на данном этапе, такими как знания, умения и навыки, становится необходимым обеспечивать формирование способностей не только к решению нестандартных задач, но и способностей к анализу данных, выбору методики их обработки, самостоятельному анализу полученного решения, прогнозированию возможных результатов решения задачи при изменении каких-либо данных. Понятно, что такие умения и навыки могут быть сформированы в процессе обучения при решении исследовательских задач. В связи с этим важность включения подобных заданий в процесс обучения студентов специальностей, связанных с информационной безопасностью, практически во все дисциплины, а особенно дисциплины математического цикла, очевидна. Вопросы, связанные так или иначе с исследовательской деятельностью обучающихся, обсуждались и продолжают обсуждаться [1, 2, 3]. Отметим также, что задачи, решение которых включает элементы исследования (ориентированные на творческий подход) в основном возникают при применении такого методического приема в обучении, как проблемное обучение, теория которого была изучена еще в советское время [4, 5], но методика позволяет решать современные задачи обучения. Учитывая, что творческая исследовательская деятельность является высшим этапом образовательного процесса, важно обеспечить качественный переход от умения решать стандартные задачи к умению генерировать собственные идеи и разрабатывать свои алгоритмы для решения нестандартных задач.

В течение всего периода обучения важнейшей из задач при подготовке будущих специалистов является процесс вовлечения обучающихся в исследовательскую деятельность. Самостоятельная учебно-исследовательская, а далее и научно-исследовательская работа является закономерным результатом успешного освоения дисциплин на высоком уровне. Однако, следует заметить, что процент обучающихся, способных к самостоятельной творческой деятельности, даже на старших курсах, остается довольно низким. Главной причиной, на взгляд автора, является недостаточная подготовительная работа, проводимая с обучающимися именно на младших курсах, особенно на первом, при изучении базовых дисциплин. Хорошо известно, что, желая добиться большего, начинать надо с малого. Таким образом, успех заложен не в попытке сразу реализовать главную задачу – научить исследовательской работе – здесь и сейчас, а в планомерной, постепенной подготовке, начинать которую следует с решения таких задач, в которых только закладывается начальный этап исследовательской деятельности. Самым существенным является именно первый шаг. Первый самостоятельный успех студента в подобного рода деятельности – залог формирования опыта решения исследовательских задач в будущем.

В качестве примера для описания и решения поставленной задачи рассмотрим подготовку специалистов по информационной безопасности. В Омском государственном университете путей сообщения дисциплины математического цикла изучаются студентами специальностей 10.05.02, 10.05.03, 10.05.04 практически в течение всего периода обучения, большая часть, естественно, сосредоточена на 1-3 курсах. Особое значение имеют дисциплины, с которых начинается процесс обучения, в частности, такие дисциплины, как алгебра, геометрия, математический анализ, изучение которых предусмотрено с первого семестра

первого курса. Содержание именно этих дисциплин в дальнейшем служит базой, надежным фундаментом для обеспечения успешного освоения специальных дисциплин, связанных с теорией и кодированием информации, криптографией и криптоанализом.

Рассмотрим реализацию процесса вовлечения студентов в процесс решения исследовательских задач в течение изучения дисциплины «Алгебра». Дисциплина изучается на первом курсе в течение двух семестров. Задачи курса устанавливаются, в том числе, и на основе содержания компетенции, формируемой дисциплиной. Индекс и содержание компетенции, а также планируемые результаты обучения приведены в табл. 1.

Таблица 1

Индекс и содержание компетенции	Планируемые результаты
1	2
ОПК-2 способность корректно применять при решении профессиональных задач соответствующий математический аппарат алгебры, геометрии, дискретной математики, математического анализа, теории вероятностей, математической статистики, математической логики, теории алгоритмов, теории информации, в том числе с использованием вычислительной техники.	<p>Знать: символику теории множеств, основные понятия алгебры и теории чисел, основные методы доказательств алгебраических утверждений и теорем, в том числе метод математической индукции; основные идеи математического моделирования, в том числе проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности, и соответствующий алгебраический аппарат для их формализации, анализа и выработки решения; основные виды соединений (размещения, перестановки и сочетания) и формулы для нахождения их числа; основные алгоритмы алгебры и теории чисел, необходимые для решения многих, в том числе и вычислительных, задач; свойства колец и полей вычетов, конечных полей, широко применяемых в криптографии; свойства операций над многочленами и над матрицами, широко используемых в теории информации.</p> <p>Уметь: использовать символику при записи утверждений, проводить доказательства теорем, в том числе методом математической индукции, делать обоснованные выводы относительно объектов исследования; выявлять естественнонаучную сущность проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности, и применять соответствующий алгебраический аппарат для их формализации, анализа и выработки решения; применять алгебраический аппарат к решению линейных уравнений, неравенств и др.</p> <p>Владеть: навыками логического осмысления информации, приемами индукции и дедукции при решении исследовательских задач; алгебраическим аппаратом для решения соответствующих математических задач; навыками алгебраического моделирования реальных процессов и решения соответствующих математических задач, в том числе с использованием вычислительной техники.</p>

Составлено автором

Остановимся пошагово на этапах формирования навыков исследовательской работы, формируемых в процессе изучения дисциплины в соответствии с последовательностью изучения материала. Для ориентировки в логической последовательности изложения изучаемых разделов, приведем наименования практических занятий, предусмотренных в первом семестре. Учебным планом предусмотрено 8 практических занятий, тематика представлена в табл. 2.

Таблица 2

Принцип математической индукции.
Элементы комбинаторики.
Полугруппы, моноиды, группы, кольца и поля; их простейшие свойства.
Наибольший общий делитель (НОД) целых чисел и его линейное представление.
Сравнения целых чисел. Алгебраические сравнения с одной переменной.
Комплексные числа.
Деление многочленов с остатками. Схема Горнера. НОД многочленов и алгоритм Евклида для его нахождения.
Рациональные дроби.

Составлено автором

Далее, во втором семестре предусмотрено 16 практических занятий, наименования которых приведены в табл. 3.

Таблица 3

Операции над матрицами и их свойства. Определители матриц и их свойства.
Обратная матрица и способы её нахождения.
Решение систем линейных уравнений.
Линейно зависимые и независимые системы векторов в пространстве.
Базис и размерность векторного пространства. Подпространства и операции над ними.
Процесс ортогонализации системы векторов евклидова пространства.
Изоморфизмы евклидовых пространств.
Линейные преобразования. Связь матриц линейного преобразования в разных базисах.
Ядро и образ преобразования, его ранг и дефект.
Собственные векторы и собственные значения линейного преобразования.
Циклические подгруппы и группы. Смежные классы по подгруппе.
Нормальные делители и фактор-группы. Прямые произведения групп.
Идеалы колец и операции над ними. Сравнимость по идеалу и фактор-кольца.
Гомоморфизмы колец. Прямые суммы колец и идеалов.
Расширения полей.
Конечные поля и алгоритм их построения.

Составлено автором

По каждой из тем, предлагающихся на практических занятиях, проводится предварительная подготовка в плане выработки навыков решения стандартных задач, рассчитанных на применение хорошо известного алгоритма. И только после успешного прохождения первого этапа возможно предложить студентам задачи, предполагающие некоторые элементы самостоятельного исследования. Здесь важно отметить своевременность перехода к следующему этапу, поскольку преждевременность перехода к задачам с элементами творческого подхода, могут привести к негативному отношению к дальнейшему изучению дисциплины, так как могут послужить причиной формирования некоторой неуверенности обучающихся в своих способностях. Трудности в подборе задач связаны, прежде всего, с тем, что задача должна быть одновременно и знакомой, и в то же время содержащей некоторый элемент новизны, не встречавшейся ранее в решении задач подобной тематики. В течение ряда лет по каждой теме для практических задач, за исключением занятий, посвященных только выработке определенного навыка при изучении применения конкретных алгоритмов, формировался некоторый банк задач, решающих поставленные выше задачи. Остановимся на примерных образцах заданий, предполагающих начальные этапы исследовательской работы при изучении дисциплины «Алгебра». Ниже будут приведены конкретные задания, позволяющие постепенно (используя стандартные приемы и отработанные ранее алгоритмы решения типовых задач) сформировать способность к самостоятельному анализу данных, влияющих как на процесс решения задач, так и на окончательный результат.

Наиболее существенным моментом является также формирования навыков к математическому моделированию, сводящийся к главному – умению практическую задачу формализовать до уровня математической модели, а затем подобрать метод решения. Главная трудность этого процесса состоит в том, что на начальном этапе обучения (а часто и в дальнейшем) обучающиеся не могут преодолеть трудности, связанные с высоким уровнем абстракции при изучении математических дисциплин вообще и алгебры в частности. Эта проблема раскрыта в работе [6]. Дополнительным шагом в решении этой проблемы является способ практического подхода в изучении абстрактных понятий, подробнее можно прочитать в [7]. Решение отчасти описанных выше проблем также заложено в исследуемом подходе. Еще раз укажем на то, что предлагаемый подход – это промежуточный этап между процессом решения стандартных по формулировкам задач по известным алгоритмам и решением

творческих исследовательских задач, требующих не только знаний и умений на уровне выше среднего, но и способностей к самостоятельной деятельности.

Далее отмечены темы некоторых практических занятий и приведены задачи, решающие поставленные выше проблемы.

«Принцип математической индукции»

Используя обобщенный принцип математической индукции, докажите, что любую сумму $n \geq 4$ рублей можно выплатить монетами достоинством в 2 и 5 рублей.

«Элементы комбинаторики»

1. Найти число всех диагоналей правильного n -угольника.
2. Сколько чисел, меньших миллиона, можно записать с помощью цифр 1, 9?

«Полугруппы, моноиды, группы, кольца и поля; их простейшие свойства»

Проверить, является ли операция $a \circ b = a + b + ab$, заданная на множестве R бинарной алгебраической операцией. Если является, то проанализировать (выполняется или не выполняется) простейшие свойства этой операции.

«НОД целых чисел и его линейное представление»

Найти все целые точки прямой $54x + 55y + 1307 = 0$, лежащие в третьей четверти.

«Сравнения целых чисел. Алгебраические сравнения с одной переменной»

Найти остаток от деления числа $24^{17} \cdot 231^{170} \cdot 2345^{15} \cdot 2^{89}$ на 23.

«Комплексные числа»

Найти геометрическое место точек, изображающих комплексные числа z , для которых одновременно: $|z + 1 + i| < 4$ и $\arg z = \frac{\pi}{3}$. Привести иллюстрацию на комплексной плоскости

«Деление многочленов с остатками. Схема Горнера. НОД многочленов и алгоритм Евклида для его нахождения»

1. Найти каноническое разложение многочлена $f(x) = x^4 + 81$ над полями $\mathbf{Q}, \mathbf{R}, \mathbf{C}$.
2. Найти значения a при которых многочлен $f(x) = x^4 - 2x^3 - ax$ имеет кратный корень. Найти и сам кратный корень.

«Решение систем линейных уравнений»

Исследовать и решить при соответствующих значениях λ систему:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 + 2x_4 - x_5 = 2 \\ 2x_1 + 4x_2 - 2x_3 + x_4 - x_5 = -1 \\ 5x_1 + 3x_2 - 5x_3 + 12x_4 + x_5 = 2 \\ 3x_1 - x_2 - 3x_3 + 11x_4 + 2x_5 = \lambda \end{cases}$$

«Линейно зависимые и независимые системы векторов в пространстве»

Найти какой-нибудь базис системы векторов. Выразить через него все остальные векторы данной системы:

$$\begin{aligned}\bar{a}_1 &= (1, 1, 2, -1) \\ \bar{a}_2 &= (1, 2, 1, -2) \\ \bar{a}_3 &= (1, 1, -2, 3) \\ \bar{a}_4 &= (1, 2, -3, 4)\end{aligned}$$

«Базис и размерность векторного пространства. Подпространства и операции над ними»

Доказать, что множество $L = \{\bar{a} = (\alpha_1, \alpha_2, 0, \alpha_4, \alpha_5) | \alpha_i \in \mathbf{R}\}$ образует подпространство пространства \mathbf{R}^5 и найти его базис и размерность.

«Линейные преобразования. Связь матриц линейного преобразования в разных базисах»

Пусть V_2 – пространство геометрических векторов на плоскости с базисом $\{\bar{e}_1, \bar{e}_2\}$. Преобразование φ переводит каждый вектор \bar{x} в его проекцию \bar{y} на прямую, проходящую через начало координат и составляющую с осью Ox угол 60° . Доказать, что φ является линейным преобразованием и найти матрицу этого преобразования в базисе $\{\bar{e}_1, \bar{e}_2\}$.

«Ядро и образ преобразования, его ранг и дефект»

Линейное отображение из пространства столбцов S в пространство столбцов T задается

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 3 & 1 \\ -3 & -1 & 0 \\ -1 & -2 & -1 \end{pmatrix}$$

умножением слева на матрицу. Найти ядро отображения и базис образа.

«Циклические подгруппы и группы. Смежные классы по подгруппе»

1. Найти разложение группы (Z_{15}, \oplus_{15}) по подгруппе $H = \langle 3 \rangle$.
2. Найти подгруппы группы (Z_{15}, \oplus_{15}) .

Отметим, что большинство задач или их идеи взяты автором из пособий [8, 9, 10].

Итак, каждое из указанных выше заданий предназначено формировать начальные навыки решения задач, направленных на изучение, исследование объекта, формулирование выводов относительно его свойств или связей с другими объектами. От решения стандартных типовых задач их отделяет буквально одно-два действия, но именно эти действия позволяют обучающемуся осуществить свой первый самостоятельный шаг на пути исследователя. Опишем подробно этот процесс на примере одной из самых распространенных в приложениях алгебраической задачи – решение системы линейных уравнений. Сделать из подобной задачи задачу на исследование довольно просто: достаточно заменить одно из данных числовых значений на параметр (более сложным является случай с двумя и более параметрами). Сам процесс решения задачи, на первый взгляд, полностью аналогичен применению стандартного алгоритма решения систем линейных уравнений, скажем, методом Гаусса, однако, на определенном шаге возникает ситуация, когда следующий шаг в решении может быть выполнен неоднозначно (возникает зависимость от значения параметра λ). Именно здесь и возникает момент исследования: нужно подробно описать все возможные случаи, влияющие на возможное получение решения (или доказательство несовместности системы), которые зависят того, какое значение примет параметр. Решение такой задачи подразумевает не просто поиск решения, а именно анализ возможных ситуаций при изменении значений параметра. Повышая

трудность задачи, можно включить пару параметров (возможны вариации, когда параметр будет входить в разные части одного уравнения, или по одному параметру в пару уравнений). Возможно, для некоторых обучающихся возникнет ситуация, которая приведет их к знакомым из школьного курса задачам с параметром, но, к сожалению, процент обучающихся, способных решать даже стандартные алгебраические задачи с параметром, несмотря на то, что такие задачи включены в задания ЕГЭ, остается очень низким. Именно поэтому важно прорешать подобные задания со всеми обучающимися без исключения, что, впрочем, на практике срабатывает довольно хорошо, т. к. задание построено таким образом, что в процессе решения не сразу понятно, что в стандартном алгоритме появится развилка, требующего творческого подхода к дальнейшим действиям.

В заключение, отметим, что апробация заданий на практических занятиях с обучающимися первого курса показывает довольно хорошие результаты (более 73 % обучающихся успешно решают подобные задания, а впоследствии уже около 80 % из них способны к самостоятельной творческой деятельности, что подтверждается в процессе дальнейшего обучения математическим дисциплинам).

ЛИТЕРАТУРА

1. Стельмах Я.Г. Активизация исследовательской деятельности студентов при изучении математики // Вестник Самарского государственного технического университета. Серия: Психолого-педагогические науки. 1 (21). 2014. С. 166-173.
2. Рябинова Е.Н., Хмелевская Е.И. Задачи учебно-исследовательского характера в курсе высшей математики // Вестник Самарского государственного технического университета. Серия: Психолого-педагогические науки. 1 (9). 2008. С. 74-80.
3. Яркова Т.А. Научные основы организации научно-исследовательской деятельности студентов в педагогическом вузе // Вестник Челябинского государственного педагогического университета. 2013. № 3. С. 215-248.
4. Матюшкин А.М. Теоретические вопросы проблемного обучения // Советская педагогика. 1971. № 7. С. 38-41.
5. Лернер И.Я. Проблемное обучение. М.: Знание, 1974. 64 с.
6. Федоров В.А. Математические абстракции // Актуальные проблемы преподавания математики в техническом вузе. № 5. 2017. С. 120-128.
7. Швед Е.А. Аспекты формирования понятия «изоморфизм» при изучении раздела (дисциплины) «Алгебра» // Инновационные проекты и технологии в образовании, промышленности и на транспорте: Материалы научной конференции / Омский гос. ун-т путей сообщения. Омск, 2017. С. 231-237.
8. Мартынов Л.М. Элементы алгебры и теории чисел: Учеб. Пособие. Омск: Изд-во СибАДИ, 2004. 195 с.
9. Мартынов Л.М. Алгебра для криптографии: Учебное пособие. Часть 1. Омск: Омский гос. ун-т путей сообщения. 2015. 154 с.
10. Мартынов Л.М. Алгебра для криптографии: Учебное пособие. Часть 2. Омск: Омский гос. ун-т путей сообщения. 2015. 150 с.

Shved Elena Anatolevna

Omsk state transport university, Omsk, Russia

E-mail: shvedsv@yandex.ru

The initial stage of mastering the solution of research problems in the course of algebra

Abstract. The most important problem of training of specialists according to FGOS of the third generation based on competence approach is the ability of the graduate to solve tasks of professional orientation. The majority of the tasks arising during professional activity requires non-standard, creative approach to the decision, connected with a certain share of research steps. This article is devoted to studying of a problem of formation of skills of independent research of students. Realization of training process in this kind of activity for the students of the first course which study on speciality of information security when studying discipline "Algebra" is demonstrated. For orientation in logic to learning of discipline the thematic plan of a practical training corresponding to the developed working program about discipline is provided. The list of the tasks allowing to carry out smooth transition from the solution of standard tasks by the known algorithms to the which require research elements is offered. The difficulties arising upon transition from the tasks which are decided with using of standard methods, to the tasks assuming non-standard, creative approach with research elements are also affected. Well studied method allowing to apply the described tasks in educational process is problematic training. Such approach is also used in this work. Besides, the problems are connected with the high level of abstraction which arise with studying this discipline, are requiring of separate consideration are noted. In conclusion, practical results of the designed methods, which successfully apply in educational process, are given.

Keywords: studying the discipline "Algebra"; mathematical disciplines; educational and research tasks; the initial stage of skills formation; list of tasks; independent analysis of data; creativity; problem training