Мир науки. Педагогика и психология / World of Science. Pedagogy and psychology https://mir-nauki.com

2023, Том 11, № 2 / 2023, Vol. 11, Iss. 2 https://mir-nauki.com/issue-2-2023.html

URL статьи: https://mir-nauki.com/PDF/56PDMN223.pdf

Ссылка для цитирования этой статьи:
Лобанова, Н. И. Методическая система обучения дифференциальным уравнениям в рамках дополнительного образования / Н. И. Лобанова // Мир науки. Педагогика и психология. — 2023. — Т. 11. — № 2. — URL: https://mir-nauki.com/PDF/56PDMN223.pdf

For citation:
Lobanova N.I. Methodical system of teaching differential equations in the system of additional education. *World of Science. Pedagogy and psychology*. 2023; 11(2): 56PDMN223. Available at: https://mir-nauki.com/PDF/56PDMN223.pdf. (In Russ., abstract in Eng.)

Лобанова Наталья Ивановна
МУДО «Центр внешкольной работы г. Зеленокумска Советского района», Зеленокумск, Россия
Педагог дополнительного образования
E-mail: lobantchik@yandex.ru

Методическая система обучения дифференциальным уравнениям в рамках дополнительного образования

Аннотация. В статье рассматривается методика ознакомления старших школьников с элементами дифференциальных уравнений в рамках дополнительного образования. Актуальность данного исследования обусловлена необходимостью: обучать старшеклассников разрешению практических проблемных ситуаций математическими методами с использованием практико-ориентированных задач и почти исключающим это существующим математическим образованием; знакомить их с современными методами исследования с целью познания окружающего мира, в частности, методом математического моделирования, и почти полным отсутствием этого в практике школы, а также недостаточным количеством времени, отводимым в рамках школьной программы на знакомство старшеклассников с решением дифференциальных уравнений и, тем более, практико-ориентированных задач с помощью дифференциальных уравнений, и наличием этого времени в системе дополнительного образования. Кроме того, школьной программой по математике создается пропедевтика для изучения дифференциальных уравнений и решения сводящихся к ним практических задач. Результатом исследования является разработанная методика обучению старших школьников решению задач (особенно, практико-ориентированных), сводящихся к дифференциальным уравнениям, а именно, обучение поиску пути решения задачи, применению метода математического моделирования, IT-технологий, критическому осмыслению полученного результата. Описанная автором методика обладает рядом особенностей и отличий по сравнению с классической вузовской. Разработанная методика обучения старших школьников решению задач, сводящихся к дифференциальным уравнениям, вносит определённый вклад в методику обучения старших подростков математическим разделам в системе дополнительного образования. Представленная методика апробирована на практике и одобрена методическим объединением педагогов системы дополнительного образования г. Зеленокумска Ставропольского края России, а также научно-педагогическим сообществом на конференциях, где докладывались результаты исследования. Использование представленной методики позволяет педагогам системы дополнительного образования добиться эффективности в процессе ознакомления старшеклассников с началами теории дифференциальных уравнений.

Статья написана на основе диссертационного исследования автора.

Ключевые слова: старшеклассники; целостная научная картина мира; дифференциальные уравнения

Введение

Взаимосвязь обучения математике в общеобразовательной школе и в рамках дополнительного образования выступает как средство осуществления принципа непрерывности и преемственности. С элементами теории дифференциальных уравнений неявно сталкиваются учащиеся старших классов, например, в курсе физики с результатами интегрирования дифференциального уравнения школьники встречаются уже в 9-м классе при рассмотрении равноускоренного движения [1].

В школьных программах по алгебре и началам анализа предусмотрено изучение всех необходимых разделов дифференциального и интегрального исчислений, что позволяет непосредственно перейти к изучению элементов теории дифференциальных уравнений и через них — к математическому моделированию реальных явлений и процессов, происходящих в повседневной жизни [2].

Исследование проблемы ознакомления старшеклассников с решением дифференциальных уравнений, являющихся моделями практико-ориентированных задач, и методами решения задач, сводящихся к дифференциальным уравнениям, является актуальным в условиях реализации ФГОС.

Методические аспекты изучения теории дифференциальных уравнений отражены в исследованиях Р.М. Асланова, Г.И. Баврина, Х.А. Гербекова, и др., но применительно к студентам вузов.

Изучению дифференциальных уравнений со старшеклассниками посвящена лишь диссертация Г.Е. Полехиной.

Существует множество отечественных работ, в которых исследуются проблемы использования информационных технологий в образовании (В.Л. Андреев, В.П. Беспалько, Б.С. Гершунский и др.).

В диссертации А.С. Безручко разработана методика обучения решению дифференциальных уравнений, которая сочетает традиционные методы, формы и средства с методами решения дифференциальных уравнений средствами информационных технологий [3].

Проблеме организации дополнительного образования школьников посвящены работы ряда исследователей (В.В. Абрауховой, А.Г. Асмолова, М.Н. Филатовой и др.), эти исследования затрагивают лишь педагогическую сторону рассматриваемой проблемы.

Особое внимание следует уделять практико-ориентированным задачам, при решении которых у обучающихся формируются определенные формы мышления, необходимые для понимания явлений и процессов, происходящих в окружающем нас мире [1; 4]. Именно практико-ориентированные задачи показывают учащимся значимость прикладного характера математики [4; 5]. Задача, как известно, развивает логическое мышление обучающихся, учит умению анализировать условия, выделять главный вопрос, определять неизвестное и находить пути их решения, она является важнейшим элементом в математической подготовке обучающихся [4; 6]. Практико-ориентированные задачи, кроме того, знакомят старшеклассников со связью между процессами и явлениями реального мира и его математическими моделями [4; 5]. При умелом подборе задач ликвидируется формализм при проверке знаний обучающихся и активизируется процесс закрепления учебного материала [4].

Дифференциальные уравнения имеют большое прикладное значение, они широко используются в математике, естествознании, экономике и других сферах знания. Благодаря изящным методам решения, конкретным и ясным приложениям дифференциальных уравнений есть все основания рассчитывать, что их изучение вызовет живой интерес у учащихся старших классов [1].

При решении практико-ориентированных задач происходит установление межпредметных связей, поскольку постановка задач охватывает все области знания и все отрасли человеческой деятельности. Поэтому можно говорить о предпрофильной подготовке старшеклассников, которым предоставляется возможность познакомиться с практическими задачами разных сфер профессиональной деятельности человека: медицины, фармацевтики, экологии и др.

Актуальность исследования

Актуальность данного исследования обусловлена необходимостью: обучать старшеклассников разрешению практических проблемных ситуаций математическими методами с использованием практико-ориентированных задач и почти исключающим это существующим математическим образованием; знакомить их с современными методами исследования с целью познания окружающего мира, в частности, методом математического моделирования, и почти полным отсутствием этого в практике школы, а также недостаточным количеством времени, отводимым в рамках школьной программы на знакомство старшеклассников с решением дифференциальных уравнений и, тем более, практико-ориентированных задач с помощью дифференциальных уравнений, и наличием этого времени в системе дополнительного образования.

Цель исследования

Разработать и апробировать методику изучения элементов теории дифференциальных уравнений как средства формирования целостной картины мира на основе практико-ориентированного подхода. В качестве основных средств решения дифференциальных уравнений используются IT-решатели.

Методы исследования

Одним из традиционных видов обучения математике является практико-ориентированное. Ведущей идеей такого обучения является подготовка школьника к различным направлениям деятельности в обществе, демонстрация результативности математических методов для изучения и преобразования действительности [7].

Цель обучения математике в настоящее время ставится следующим образом: развитие и воспитание ученика средствами предмета в процессе его самостоятельной деятельности по освоению математического содержания как основы для непрерывного образования, социализации и познания картины окружающего мира [8].

Изучение дифференциальных уравнений с целью формирования целостной картины мира школьника направлено на познание законов природы, которые выражены на математическом языке дифференциальных уравнений, при этом абстрактность математических понятий и методов должна быть воспринята школьниками как основа для системного изучения реального мира и его закономерностей. Изучение дифференциальных уравнений обуславливается потребностями мировосприятия школьника, демонстрацией универсальности

Издательство «Мир науки» \ Publishing company «World of science» http://izd-mn.com

и применимости математических принципов ко всем классам явлений и существенно отличается от вузовского обучения [1].

Целостную картину мира (ЦКМ) школьника, построенную на основе дифференциальных уравнений (ДУ), определим, как научную картину мира, которая является отражением в сознании школьника реальных процессов, явлений, закономерностей, состояний окружающего мира, полученного на основе метода математического моделирования, в котором ДУ выступают в роли одного из ведущих инструментов.

В курсе изучения дифференциальных уравнений предлагается после изучения основных понятий теории ДУ рассмотреть из аналитических методов решения лишь разделение переменных, а далее использовать универсальные IT-решатели, затем познакомить школьников с основными естественно-научными законами в самой общей формулировке и перейти к практико-ориентированным задачам. Завершается курс выполнением исследовательских проектов. Текущая диагностика сформированности ЦКМ осуществляется в ходе всего обучения, итоговая — при защите исследовательских проектов методом экспертной оценки.

Среди наиболее общих законов окружающего мира мы выделяем следующие законы: естественного роста, логистический, закон колебаний, взаимодействия конкурирующих видов. При обучении подчеркиваем главную идею курса, которая способствует формированию целостности картины мира: изоморфность реальных процессов окружающего мира ведет к одной и той же математической модели.

Начинаем с закона естественного роста: $y' = ky$. На его основе решаются практико-ориентированные задачи физики, экономики, биологии [1].

Далее рассматривается логистическая зависимость между переменными величинами [1], [9–14]: $x' = kx(\mathrm{N} - x)$ или $x' = \alpha\, x\, -\, \beta\, x^2$.

Затем переходим к законам колебаний и взаимодействия конкурирующих видов.

Закон колебаний описывается уравнением $mx'' = -kx$.

Взаимодействие конкурирующих видов подчинено закону:

$$\begin{cases} x' = (\alpha - \beta y)\cdot x \\ y' = (-\gamma + \delta x)\cdot y \end{cases}$$

— это математическая модель процессов ведения войны, взаимодействий «хищник — жертва».

Приведём примеры решения задач в среде MathCad.

Задача 1. Модель Лотки — Вольтерра — (Лотка, 1925; Вольтерра 1926), которые предложили модельные уравнения независимо друг от друга.

Модель замечательна тем, что в такой системе наблюдаются циклическое увеличение и уменьшение численности и хищника (рис. 2б), и жертвы, часто наблюдаемое в природе.

В математической форме предложенная система имеет следующий вид:

$$\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = (\alpha - \beta y)x$$

$$\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} = (-\gamma + \delta x)y,$$

где x — число жертв; y — число хищников; t — время; $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ — коэффициенты, отражающие взаимодействия между видами.

Издательство «Мир науки» \ Publishing company «World of science» http://izd-mn.com

Первое уравнение системы показывает число жертв, а второе — число хищников. Число жертв и число хищников между собой связаны: чем больше жертв, тем больше хищников, и, наоборот, с некоторым запаздыванием. Два дифференциальных уравнения моделируют временную динамику численности двух биологических популяций жертвы y_0 и хищника y_1.

$$\begin{cases} x' = C\cdot y_0 - r\cdot y_0\cdot y_1, \\ y' = -D\cdot y_1 + r\cdot y_0\cdot y_1, \end{cases}$$

C — скорость размножения жертв (жертвы размножаются с постоянной скоростью, происходит их потеря от хищников); *r* — коэффициент (хищники размножаются со скоростью, пропорциональной количеству пищи); *D* — константа (смертность хищников).

Исследуем записанную модель.

На новом рабочем листе MathCad (рис. 3) присвоим:

C := 0.1, D := 1, r := 0.1.

Введём функцию *F*(*t*;*y*). Для этого воспользуемся панелью *Математика* и вызовем панель *Матрица*. В появившимся окне задаём количество строк равным двум, и один столбец. В появившихся скобках запишем правые части уравнений. Для ввода *y* с индексом ноль/один, после того как ввели *y*, нажмём на кнопку *Нижний индекс* на панели *Матрица*.

Функция *F*(*t*;*y*) выглядит таким образом:

$$F(t,y) := \begin{pmatrix} C\cdot y_0 - r\cdot y_0\cdot y_1 \\ -D\cdot y_1 + r\cdot y_0\cdot y_1 \end{pmatrix}.$$

Примечание: Пользовательские переменные переопределяют встроенные единицу Mathcad (появляется зелёная волнистая линия подчёркивания), на результате вычислений это не сказывается.

Далее присвоим значения параметрам:

M := 400 t0 := 0 t1 := 100.

Произведём расчёт для трёх решений D, G, P с разными начальными условиями. Для случая D: жертв — десять, хищников — восемь.

Решим систему численно. Присвоим параметру D функцию rkfixed, выполняющую расчёт дифференциального уравнения методом Ренге-Кутта. Для этого на панели инструментов *Стандартная* нажмём на кнопку *f*(*x*) (*Вставка функций*), в разделе *Категория функции* выберем *Решение дифференциальных уравнений*, в разделе *Имя функции — rkfixed*.

Далее в панели *Матрица* нажимаем на кнопку *Матрица*, задаём количество *строк* равным двум, а *столбцов* — равным единице. В местозаполнители вставляем заданное число хищников и жертв. Далее в rkfixed во втором и третьем заполнителях вставляем t_0 и t_1 (промежуток исследования), в четвёртом — M (количество точек), в пятом — F (система уравнений).

Таким образом, приведём строку к следующему виду:

$$D := \mathrm{Rkadapt}\left[\begin{pmatrix} 10 \\ 8 \end{pmatrix}, t0, t1, M, F\right].$$

56PDMN223
Издательство «Мир науки» \ Publishing company «World of science» http://izd-mn.com

По аналогии создаём переменные G и P со следующими значениями:

$$G := \text{Rkadapt}\left[\begin{pmatrix}10\\4\end{pmatrix}, t0, t1, M, F\right];$$

$$P := \text{Rkadapt}\left[\begin{pmatrix}10\\1.5\end{pmatrix}, t0, t1, M, F\right].$$

Далее введём параметр D, поставим знак равно, щёлкнем кнопкой мыши на пустом месте рабочего листа, таким образом, MathCad численно решит дифференциальные уравнения. Решение представлено ниже (рис. 1):

D =

	0	1	2
0	0	10	8
1	0.25	8.406	7.837
2	0.5	7.12	7.406
3	0.75	6.111	6.802
4	1	5.331	6.109
5	1.25	4.734	5.394
6	1.5	4.279	4.701
7	1.75	3.933	4.056
8	2	3.671	3.473
9	2.25	3.474	2.957
10	2.5	3.327	2.507
11	2.75	3.22	2.119
12	3	3.144	1.787
13	3.25	3.094	1.504
14	3.5	3.065	1.265
15	3.75	3.053	...

Рисунок 1. *Численное решение дифференциального уравнения (составлено автором)*

Построим график функции.

Выберем на панели *Математика* кнопку *График* и вызовем панель *График.* В появившейся панели нажмём кнопку *График* Х-У. В шаблоне графика по оси *x*, введём переменную D, затем в панели *Матрица* щёлкнем кнопку $M^{<>}$(*Столбец матрицы*), в скобки внесём значение — 0 (ноль); по оси *y*, первоначально, внесём $D^{<1>}$, а после запятой, ниже — $D^{<2>}$. Получим график решения (рис. 2 а).

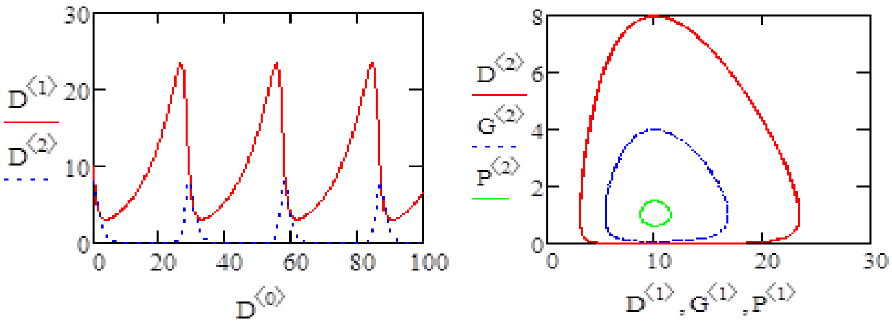

Рисунок 2. *а — график решения; б — фазовый портрет (составлено автором)*

Чтобы получить фазовый портрет системы «Хищник — жертва», для последовательного введения $D^{<1>}, G^{<1>}, P^{<1>}$ по оси *x*, после введения $D^{<1>}$ставим синий курсор сразу справа от D, нажимаем пробел, ставим запятую и вводим следующий параметр. Аналогично, поступаем при заполнении пустующего местозаполнителя по оси *y* и вставляем $D^{<2>}, G^{<2>}, P^{<2>}$ (рис. 2 б).

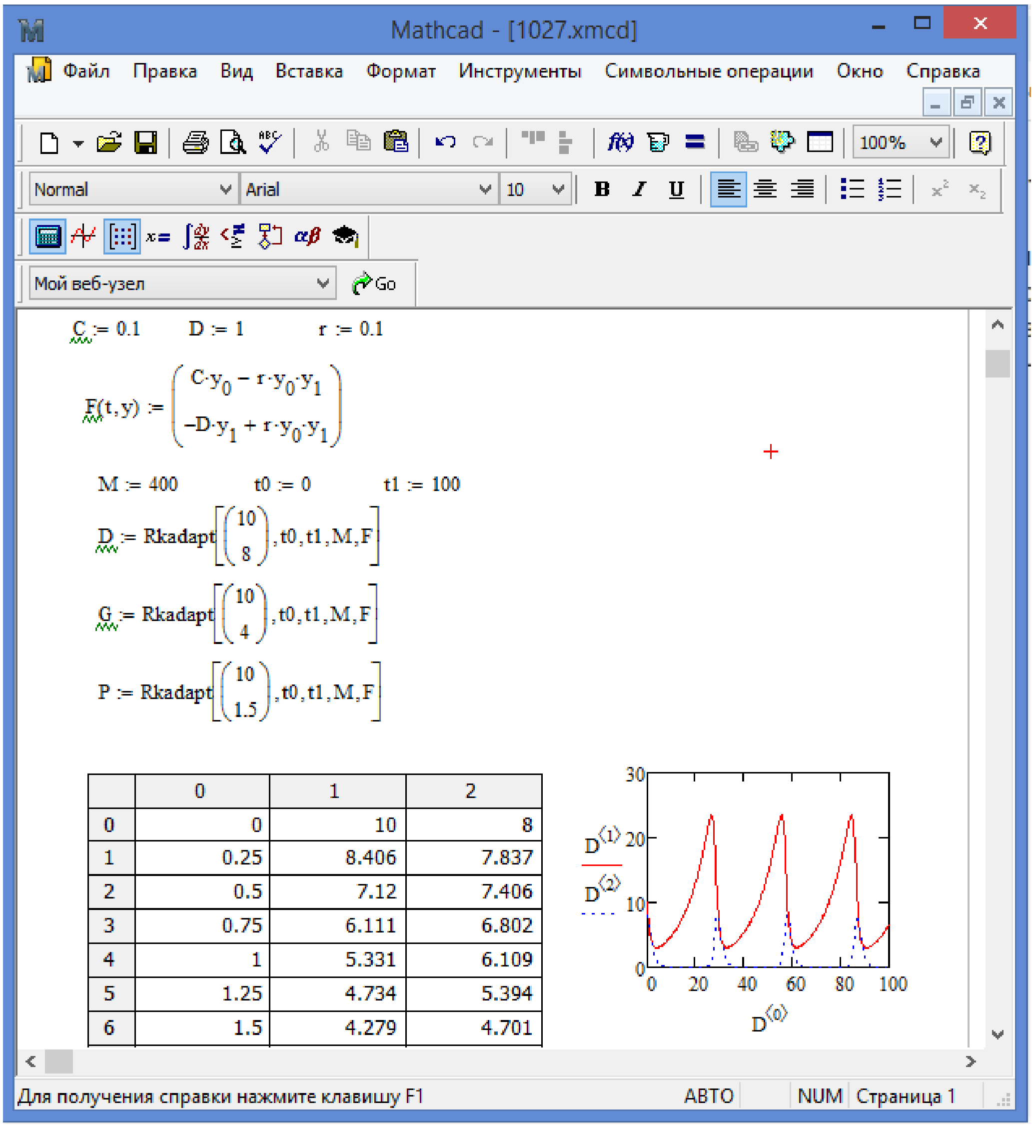

***Рисунок 3.** Решение модели Ло́тки — Вольтерра́ (Хищник-Жертва) (составлено автором)*

Задача 2. [15] Единственная хлебопекарня посёлка выпекает и продаёт тысячу буханок хлеба в сутки стоимостью 8 рублей за одну буханку. В течение месяца 3 % выручки от реализации хлеба будет направляться на расширение производства. Известно, что удвоение вложений в производство приводит к увеличению скорости выпечки хлеба в полтора раза. Сколько буханок хлеба в день будет выпекать пекарня к концу месяца?

Решение. Пусть $y(t)$ — это количество испечённого в момент времени *t* хлеба, причём время измеряется в сутках. Выручка от его реализации составит $8y$ рублей, из которых $0{,}03{\cdot}8y = 0{,}24\,y$ рублей направляется на расширение производства, что приводит к увеличению скорости выпечки хлеба y' в $\frac{1{,}5}{2}{\cdot}0{,}24y = 0{,}18y$ раз.

Издательство «Мир науки» \ Publishing company «World of science» http://izd-mn.com

По условиям практической задачи необходимо решить задачу Коши:

$$\frac{d}{dt}y(t) = 0.18y(t);$$

$$y(0) = 1000.$$

Это ДУ с разделяющимися переменными с начальными условиями, интегрируем левую и правую части уравнения, выражаем y(t):

$$L1(t) := \int_0^t \frac{9}{20}\,dt \to \frac{9\cdot t}{20};$$

$$L2(y) := \int_{1000}^{y} \frac{1}{y}\,dy \to \ln(y) - \ln(1000).$$

Окончательно, решение задачи Коши будет иметь вид:

$$y(t) := 1000e^{9\frac{t}{20}}.$$

Его график показан на рисунке (рис. 4) красным цветом:

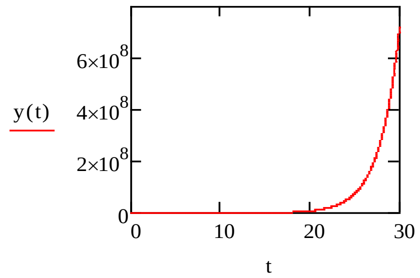

Рисунок 4. *График аналитического решения к задаче 2 (составлено автором)*

Значение искомой функции при t = 30 равно $y(30) = 2.214\times 10^5$.

На этом слайде решение получено аналитическое. Выведен график полученного решения.

Численное решение:

Введём ключевое слово Given на листе MathCad, запишем дифференциальное уравнение с помощью штриха. В следующей строке внесём начальные условия. Строкой ниже присвоим функции *y* Odesolve, указав промежуток исследования. Построим график функции (рис. 5).

Given

$$\frac{d}{dt}y(t) = 0.18y(t)$$

$$y(0) = 1000$$

$$y := \text{Odesolve}(t, 30)$$

$$y(30) = 2.214\times 10^5.$$

56PDMN223
Издательство «Мир науки» \ Publishing company «World of science» http://izd-mn.com

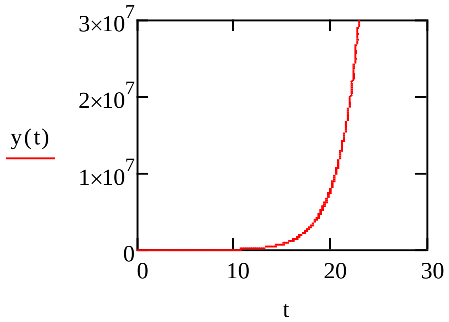

Рисунок 5. *График численного решения к задаче 2 (составлено автором)*

Ответ: 221406 буханок.

Задача 3. Согласно предположению И. Ньютона, которое он проверил экспериментально, тепловая мощность, отдаваемая нагретым до температуры T телом в окружающую среду с более низкой температурой T_0, пропорциональна разности температур тела и среды. Отсюда следует, что скорость охлаждения тела $\frac{dT}{dt} = -k(T - T_0)$.

Пусть стальной чайник с кипятком общей массой $m = 3$ кг остывает от 100°С до примерно 40°С в воздухе с температурой $T_0 = 20$°С. Выберем $\Delta t = 4$ мин., $k = 0{,}05$ мин.$^{-1}$.

1. Рассчитайте, чему будет равна температура чайника через 4 мин., 8 мин., 12 мин. и т. д. с момента начала остывания до момента достижения конечной температуры.
2. Постройте по найденным точкам график зависимости температуры T чайника от времени t.
3. За какое время t_0 чайник остынет от 100°С до примерно 40°С?

Решение.

1. Рассчитаем, чему будет равна температура чайника через 4 мин., 8 мин., 12 мин. и т. д. с момента начала остывания до момента достижения конечной температуры.

Данное уравнение примет вид (подставим численные значения k и T_0):

$$\frac{d}{dt}T(t) = -0.05(T(t) - 20)$$

$$D(t, T) := -0.05T + 1.$$

В среде MathCad методом Рунге-Кутты найдём решение дифференциального уравнения:

$$\frac{d}{dt}T(t) = -0.05(T(t) - 20).$$

С начальным условием P(0) = 100 на отрезке [0;24]. Интервал будем разбивать с шагом h = (t2 - t1)/n, где n — число значений, которые принимает дискретизованная переменная t.

Определим функцию:

$$D(t, T) := -0.05T + 1.$$

Определим начальное условие:

$$\mathbf{t} := \mathbf{0}\ T := 100.$$

56PDMN223
Издательство «Мир науки» \ Publishing company «World of science» http://izd-mn.com

Определим интервал поиска решения и количество узлов сетки:

$$t1 := 0\ t2 := 24\ n := 6.$$

Вызовем функцию:

$$D := \mathrm{rkfixed}(T, t1, t2, 6, D).$$

Для вызова функции rkfixed (решения задачи Коши методом Рунге-Кутты) нужно открыть вкладку Вызвать Функцию нажатием кнопки *f*(*x*), в появившимся окне в разделе *Категории функций* выбрать *Решение дифференциальных уравнений*, а в разделе *Имя функции* кликнуть на rkfixed, и нажать кнопку ОК.

Далее введём параметр D, поставим знак равно, щёлкнем кнопкой мыши на пустом месте рабочего листа, таким образом, MathCad численно решит дифференциальные уравнения. Решение представлено ниже:

$$D = \begin{pmatrix} 0 & 100 \\ 4 & 85.499 \\ 8 & 73.626 \\ 12 & 63.905 \\ 16 & 55.947 \\ 20 & 49.431 \\ 24 & 44.096 \end{pmatrix}$$

2. Построим по найденным точкам график зависимости температуры *T* чайника от времени *t*.

Выберем на панели *Математика* кнопку *График* и вызовем панель *График.* В появившейся панели нажмём кнопку *График* Х-У. В шаблоне графика по оси *x*, введём переменную D, затем в панели *Матрица* щёлкнем кнопку $M^{<>}$ (*Столбец матрицы*), в скобки внесём значение — 0 (ноль); по оси *y* внесём $D^{<1>}$. Получим график решения (рис. 6).

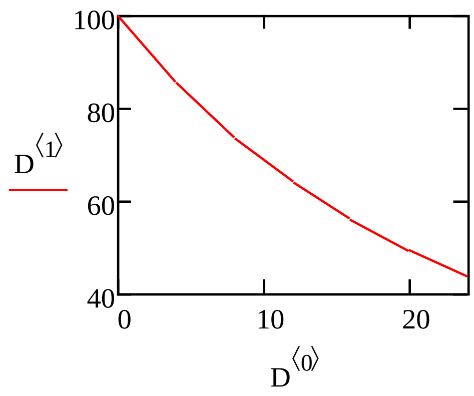

Рисунок 6. *График аналитического решения к задаче 3 (составлено автором)*

3. Найдём за какое время *t* чайник остынет от 100°С до примерно 40°С.

Аналитическое решение задачи в среде Mathcad:

$$k := 0.0$$

$$t := 0$$

$$T0 := 100$$

$$\frac{d}{dt}T(t) = -0.05(T(t) - 20)$$
$$T(0) = 100.$$

Это ДУ с разделяющимися переменными с начальными условиями, интегрируем левую и правую части уравнения, выражаем T(t):

$$L1(t) := -\int_0^t \frac{1}{20}\,dt \rightarrow -\frac{t}{20}$$

$$L2(T) := \int_{100}^{T} \frac{1}{T-20}\,dT \rightarrow \ln(T-20) - \ln(80)$$

$$L0(t,T) := L2(T) - L1(t) \text{ solve}, T \rightarrow 80\cdot e^{-\frac{t}{20}} + 20.$$

Окончательно, решение задачи Коши будет иметь вид:

$$T(t) := 80\cdot e^{-\frac{t}{20}} + 20.$$

Определим $f(t)$ как корень уравнения $e^{-\frac{t}{20}} = \frac{1}{4}$ для этого введём:

$$f(t) := \text{root}\left(e^{-\frac{t}{20}} - \frac{1}{4}, t\right).$$

Напечатаем на рабочем листе Mathcad $f(t)$ =, чтобы увидеть значение корня:

$$f(t) = 27.726\ .$$

Численное решение, график представлен на рисунке 7:

Given

$$\frac{d}{dt}T(t) = \frac{-1}{20}T(t) + 1$$
$$t := 0$$
$$T0 := 100$$
$$T(0) = 100$$
$$T(t) := \text{Odesolve}(t, 24).$$

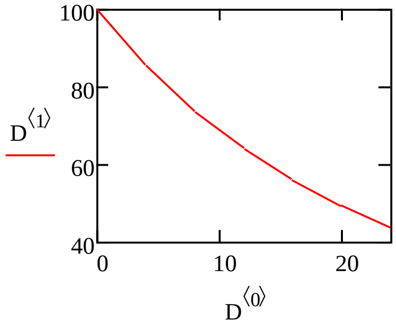

Рисунок 7. *График численного решения к задаче 3 (составлено автором)*

Ответ: через 24 минуты чайник остынет от 100°С до примерно 40°С.

Полученное решение ДУ, аналитическое или в графическом виде, интерпретируется в плане осмысления элементов мироздания. При изучении ДУ проводится основная мысль о целостности картины мира: в результате абстрагирования от конкретного содержания и смысла решаемых практико-ориентированных задач, обобщений, допущений мы приходим к общим законам природы. В конце курса старшеклассники выполняют исследовательские проекты, которые защищают методом оценки экспертов.

Работа над проектом, по мнению Л.В. Байбородовой, Г.А. Камененевой, Л.И. Савва, в большинстве случае требует систематизации знаний по теме проекта [16; 17]. Такой вид учебно-познавательной деятельности как систематизация знаний рассматривается нами в качестве основного (базового) в технологии проектного подхода и при формировании мобильности обучающихся [18].

Конструирование диагностики сформированности ЦКМ школьника на основе ДУ основывается на том, что ЦКМ — это отражение в сознании школьника окружающего мира в виде знаний, умений, установок, личностных ориентаций, отношения к предмету изучения.

Вывод

Выбранная методика даёт высокие результаты в плане формирования целостной картины мира старшеклассника на основе дифференциальных уравнений. Использование средств компьютерной алгебры, как основных, при изучении ДУ, мотивирует старшеклассников к обучению.

ЛИТЕРАТУРА

1. Лобанова Н.И. Элементы теории дифференциальных уравнений в системе дополнительного образования // Мир науки: интернет-журнал. — 2016. — Т. 4. — № 6. — С. 1–8. — URL: http://mir-nauki.com/PDF/32PDMN616.pdf (доступ свободный). Загл. с экрана. Яз. рус., англ.
2. Лобанова Н.И. Рабочая тетрадь по дифференциальным уравнениям как средство организации самостоятельной работы старшеклассников // Электронные библиотеки. — 2019. — Т. 22. — № 6. — С. 636–643.
3. Лобанова Н.И. К вопросу изучения дифференциальных уравнений в системе дополнительного образования // В сборнике: Математическое образование в школе и вузе: инновации в информационном пространстве (MATHEDU' 2018) Материалы VIII Международной научно-практической конференции. Ответственный редактор Л.Р. Шакирова. — 2018. — С. 102–108.
4. Лобанова Н.И. Применение рабочих тетрадей при оценивании качества знаний обучающихся по дифференциальным уравнениям в рамках системы дополнительного образования // Интернет-журнал «Мир науки» — 2017. — Т. 5, — № 4. — С. 1–8. http://mir-nauki.com/PDF/46PDMN417.pdf (доступ свободный). Загл. С экрана. Яз. Рус., англ.
5. Аммосова Н.В. Методико-математическая подготовка будущих учителей математики в соответствии с задачами современности: монография. — Астрахань: Изд-во АИПКП, 2-е изд., 2015. — 256 с.

6. Аммосова Н.В., Лобанова Н.И. Решение неопределенных уравнений первой степени с двумя неизвестными в системе дополнительного образования // Сибирский педагогический журнал. — 2016. — № 2. — С. 24–34.
7. Егупова М.В. Практико-ориентированное обучение математике в школе: проблемы и перспективы научных исследований // Наука и школа. — 2022. — № 4. — С. 85–95.
8. Орлов В.В., Подходова Н.С. Валерий Александрович Гусев и школьный курс геометрии // Актуальные проблемы обучения математике в школе и вузе: от науки к практике. К 80-летию со дня рождения В.А. Гусева: материалы VII Международной научно-практической конференции, г. Москва, 18–19 ноября 2022 г. / под ред. М.В. Егуповой [Электронное издание сетевого распространения]. — Москва: МПГУ. — 2022. — С. 22–28. [электронный ресурс]. Режим доступа: https://docs.google.com/viewerng/viewer?url=http://news.scienceland.ru/wp-content/uploads/2022/11/OrPo_4_11_22.docx&hl=en (13.05.2023).
9. Родина Л.И., Егорова А.В. Применение дифференциальных уравнений для решения прикладных задач, 2022 г., Издательство ВлГУ. — Владимир: Изд-во ВлГУ, 2022. — 83 с.
10. Селютин В.Д., Яремко Н.Н. Пропедевтика обучения решению некорректных задач при подготовке будущего учителя математики в вузе / В.Д. Селютин, Н.Н. Яремко // Ученые записки Орловского государственного университета. — 2022. — № 1(94). — С. 268–272. — EDN FWGHHA.
11. Селютин В.Д., Яремко Н.Н. О пропедевтике обучения решению некорректных математических задач / В.Д. Селютин, Н.Н. Яремко // Образование и общество. — 2022. — № 2(133). — С. 43–49. — EDN RIETCY.
12. Яремко Н.Н., Тихонова Н.Б., Глебова М.В. Содержательная трансформация математической практико-ориентированной задачи в уровневом образовании. Практико-ориентированный подход в условиях трансформации образования: монография / под ред. Т.И. Шукшиной; Мордов. гос. пед. университет. — Саранск, 2022, — Глава IV, — С.62–78. — Текст: электронный. ISBN 978-58156-1545-8.
13. Егупова М.В. Математическое моделирование как необходимый компонент математического образования школьников Практико-ориентированный подход в условиях трансформации образования: монография / под ред. Т.И. Шукшиной; Мордов. гос. пед. университет. — Саранск, 2022, — Глава VI, — С. 102–121. — Текст: электронный. ISBN 978-58156-1545-8.
14. Яремко Н.Н., Авксентьева Н.Н. Математическая подготовка программистов в формате смешанного обучения // Преподаватель XXI век. — 2022. — № 4 — С. 107–117(К1).
15. Лобанова Н.И., Аммосова Н.В. Лабораторно-практические работы и экскурсии для старшеклассников в системе дополнительного математического образования // Современные наукоемкие технологии. — 2020. — № 11-1. — С. 152–160. — URL: https://top-technologies.ru/ru/article/view?id=38355 (дата обращения: 01.05.2023).

16. Каменева, Г.А. Реализация компетентностной парадигмы образования посредством внедрения проектного подхода в вузе / Г.А. Каменева, Л.И. Савва, Т.А. Бондаренко [и др.] // Современная высшая школа: инновационный аспект. — 2016. — Т. 8. — № 2(32). — С. 88–99.
17. Байбородова, Л.В. Технология проектной деятельности школьников / Л.В. Байбородова // Педагогические технологии: результаты исследований Ярославской научной школы: монография. — Ярославль, 2015. — С. 254–272.
18. Махмутов, М.М. Технология проектного подхода как основа формирования профессиональной мобильности студентов технических направлений подготовки в вузе / М.М Махмутов, А.С. Валеев, П.Ю. Романов // Мир науки. Педагогика и психология. — 2023. — Т. 11. — № 1. — URL: https://mir-nauki.com/PDF/33PDMN123.pdf.

Lobanova Natalia Ivanovna
Center for Extracurricular Work of Zelenokumsk, Sovetsky district, Zelenokumsk, Russia
E-mail: lobantchik@yandex.ru

Methodical system of teaching differential equations in the system of additional education

Abstract. The article discusses the technique of introducing senior students to the concept, types and methods of solving differential equations in the framework of further education. The relevance of this study is due to the need: — to teach high school students the solution of practical problem situations using mathematical methods using practice-oriented problems and existing mathematical education almost eliminating this, — to acquaint them with modern research methods with the aim of understanding the world around, in particular, the method of mathematical modeling, and the almost complete absence of this in the practice of the school, as well as the insufficient amount of time allocated within the school ogrammy to explore high school students with the solution of differential equations and the more practice-oriented tasks with the help of differential equations, and the presence of the time in the system of additional education. In addition, a propaedeutics is created by the school program in mathematics to study differential equations and solve practical problems that reduce to them. The result of the study is a developed method for teaching older students to solve problems (especially practice-oriented), which are reduced to differential equations, namely, learning to find a way to solve a problem, apply a mathematical modeling method, ways to solve the resulting differential equation of a certain kind, and critical reflection of the result. The developed technique for teaching older students how to solve problems, which are reduced to differential equations, makes a definite contribution to the methodology for teaching older adolescents in mathematical sections in the system of additional education. The presented methodology was tested in practice and approved by the methodological association of teachers of the system of additional education in Zelenokumsk, Stavropol Territory of Russia, as well as by the scientific and pedagogical community at conferences where the results of the study were reported. Using the presented methodology allows teachers of the system of additional education to achieve efficiency in the process of familiarizing high school students with the principles of the theory of differential equations.

Keywords: high school students; a holistic scientific picture of the world; differential equations