Мир науки. Педагогика и психология / World of Science. Pedagogy and psychology https://mir-nauki.com

2019, №6, Том 7 / 2019, No 6, Vol 7 https://mir-nauki.com/issue-6-2019.html

URL статьи: https://mir-nauki.com/PDF/46PDMN619.pdf

Ссылка для цитирования этой статьи:
Капкаева Л.С., Тагаева Е.А. Поисково-исследовательские задачи по математике как средство реализации преемственности обучения в школе и вузе // Мир науки. Педагогика и психология, 2019 №6, https://mir-nauki.com/PDF/46PDMN619.pdf (доступ свободный). Загл. с экрана. Яз. рус., англ.

For citation:
Kapkaeva L.S., Tagaeva E.A. (2019). Math research tasks as a tool implementation of continuity of education at school and university. *World of Science. Pedagogy and psychology*, [online] 6(7). Available at: https://mir-nauki.com/PDF/46PDMN619.pdf (in Russian)

Статья подготовлена в рамках гранта на проведение научно-исследовательских работ по приоритетным направлениям научной деятельности вузов-партнеров (ФГБОУ ВО «МГПИ имени М.Е. Евсевьева» и ФГБОУ ВО «ЧГПУ имени И.Я. Яковлева») по теме «Обучение поисково-исследовательской деятельности студентов педагогического направления в процессе изучения математических дисциплин»

УДК 37.016:51(045)

ГРНТИ 14.35.09

Капкаева Лидия Семеновна
ФГБОУ ВО «Мордовский государственный педагогический институт имени М.Е. Евсевьева», Саранск, Россия
Профессор кафедры «Математики и методики обучения математике»
Доктор педагогических наук, профессор
E-mail: lskapkaeva@mail.ru

Тагаева Екатерина Алексеевна
ФГБОУ ВО «Мордовский государственный педагогический институт имени М.Е. Евсевьева», Саранск, Россия
Преподаватель кафедры «Информатики и вычислительной техники»
E-mail: katrin_87.08@mail.ru

Поисково-исследовательские задачи по математике как средство реализации преемственности обучения в школе и вузе

Аннотация. В статье с современных позиций обоснована необходимость реализации принципа преемственности обучения математике в школе и вузе как главного условия целостности математических знаний в системе непрерывного математического образования. Основным средством реализации преемственности обучения математическим дисциплинам в школе и вузе авторы считают поисково-исследовательские задачи, которые представляют собой серию задач, одна из которых поисковая, а следующие за ней две–три задачи более общего вида. Для решения этих задач используется метод решения первой (поисковой) задачи. Подобные задачи содержатся как в школьном курсе математики, так и в вузовских математических курсах, однако они не объединены и решаются разрозненно, вне связи друг с другом, а это препятствует формированию метода в целом решения поисково-исследовательских задач, а впоследствии и исследовательских задач. В статье приведены серии поисково-исследовательских задач школьного курса математики и соответствующие им задачи вузовского уровня, решаемые с помощью одних и тех же приемов. В качестве таковых выделены приемы, в основе которых лежит: индуктивный метод, дедуктивный метод, сочетание индуктивного и дедуктивного методов, аналитико-синтетический метод. Поисково-исследовательские задачи позволяют также установить связь школьного и вузовских математических курсов по линии этапов их решения и формирования компонентов творческого мышления, таких как способность формулировать проблему, находить нужную информацию, переносить её, применять в новых условиях задачи, гибкость мышления, способность генерировать идеи, критичность мышления, способность проводить оценочные суждения, анализ, классификацию, обобщение и т. д. Авторы иллюстрируют эти положения на конкретных примерах.

Ключевые слова: обучение математике; задача; поисково-исследовательская задача; метод решения; прием; преемственность; преемственность между школой и вузом

Введение

Социально-политические, экономические изменения в обществе затрагивают все стороны педагогического процесса как в средней, так и в высшей школе. В современном мире внимание акцентируется на образовании как на процессе накопления, передачи, преобразования и усвоения социального опыта, на поэтапном пошаговом овладении необходимыми навыками. Это возможно при обеспечении преемственности – главного условия целостности системы непрерывного образования.

Обеспечению преемственности всех звеньев системы образования способствует внедрение федеральных государственных образовательных стандартов (ФГОС) общего и высшего образования. В основе ФГОС среднего (полного) общего образования [1] лежит системно-деятельностный подход, который предполагает обеспечение преемственности дошкольного, начального общего, основного и среднего (полного) общего образования.

На сегодняшний момент в исследовании данной проблемы существует несколько направлений: изучение места и роли преемственности в целостном педагогическом процессе; изучение содержания преемственности различных ступеней непрерывного образования; организация педагогического процесса на различных ступенях средней школы; изучение методики преподавания отдельных предметов, формирования тех или иных понятий; изучение преемственности между различными классами общеобразовательной школы и подготовкой учащихся общеобразовательной школы, техникумов и профессионально-технических училищ; исследование различных сторон преемственности между средней и высшей школой [1].

Исследованию преемственности между средней и высшей школой посвящено большое число научных работ: между общеобразовательной школой и вузом (С.М. Годник, Е.Н. Челак), между лицеем и вузом (Л.Ю. Макаренко), общеобразовательной школой и вузом в ориентации на учительскую профессию (Х. Абдукаримов), отбор старшеклассников к обучению в высшей школе (Л.М. Беляева), в формировании учебной деятельности школьников и студентов (А. Александров, Н.Г. Барышникова), в самообразовательной деятельности учащихся и студентов (Р.И. Маловичко, А.Г. Мороз, В.Э. Тамарин и др.), в дидактической и методической подготовке студентов (О.В. Записных), в формах и методах обучения (А.Я. Блаус, Д.Ш. Ситдикова), в учебной и внеклассной работе со школьниками (В.Э. Тамарин), преемственность в обучении математике (А.Н. Андриянчик, Ю.С. Жиленкова), многопрофильной математической подготовке студентов в системе «школа – технический вуз» (С.Н. Нуриева), при подготовке молодежи в профессиональных училищах и вузе (Ю.А. Кустов), в организации лабораторных работ (Я.Э. Умборг) [1].

---

[1] Федеральный государственный образовательный стандарт среднего общего образования [Электронный ресурс]. – URL: http://минобрнауки.рф/документы/2365.

Несмотря на глубокую проработанность проблемы преемственности, в частности, проблемы преемственности в обучении математике, ее комплексное исследование в системе «школа-вуз» при обучении решению математических задач проведено недостаточно. Это в значительной степени обусловлено тем, что задачи, представленные в вузовских математических курсах, обычно больше стандартизированы, чем задачи школьного курса математики. Однако среди всех задач, которые приходится решать школьникам и студентам, немало задач, требующих напряженной умственной работы в ходе поиска их решения. Это поисково-исследовательские задачи. Процесс их решения в школе и вузе имеет много общих закономерностей, поэтому целесообразно разработать единую методику обучения учащихся средней школы и студентов вуза решению таких задач.

Методы

В нашем исследовании использовались следующие теоретические методы: анализ нормативно-правовых документов, в частности ФГОС, научных источников по проблеме преемственности обучения; изучение, анализ и обобщение опыта работы учителей средних общеобразовательных школ и преподавателей высших учебных заведений; систематизация и классификация результатов исследования. В процессе проведенного анализа психолого-педагогической литературы дана характеристика современного понимания термина «преемственность», раскрыты методы и приемы решения поисково-исследовательских задач в школе и вузе.

Результаты

В ходе анализа научно-методической литературы нами были выделены основные типы задач, учитывающие характер связей между элементами задачи, соотношение между воспроизводимой и творческой деятельностью учеников: стандартные, обучающие, поисковые, проблемные. Наряду с термином «проблемная задача» в учебной и научно-методической литературе используются и такие термины, как «познавательная задача», «творческая задача», «исследовательская задача», «проблемно-поисковая задача», «поисково-исследовательская задача». Остановимся на содержании последней.

«Поисково-исследовательская задача – это, как правило, серия частных задач (первая из которых поисковая) и одна или две общего вида (исследовательского характера)» [2, с. 101]. Поисковая или мотивационная задача – это задача, на основе которой строится обобщение. Например, найдите область значения функции $y = \frac{12\,x}{x^2-x-6}$ (мотивационная задача), на основе ее строится обобщенная задача «Найдите зависимость значений функции $y = \frac{k\,x}{ax^2+bx+c}$ от параметров a, b, c и k».

Анализ школьных учебников математики показал, что поисково-исследовательские задачи встречаются в них очень редко. Методика обучения учащихся решению таких задач строится обычно на основе традиционных методов, поисково-исследовательский метод используется в редких случаях. Однако в вузе данный метод является преобладающим в решении задач, поэтому для реализации преемственности обучения математике в школе и вузе необходимо чаще включать поисково-исследовательские задачи в содержание школьного курса математики.

Известный ученый, методист-математик Ю.М. Колягин отмечает, что «поисково-исследовательские задачи могут использоваться для изучения новой темы, для самостоятельного установления школьниками какого-либо факта, подлежащего изучению, для

46PDMN619
Издательство «Мир науки» \ Publishing company «World of science» http://izd-mn.com

иллюстрации этого факта, для более глубокого усвоения теоретического материала, для приобщения учащихся к творческой деятельности, для развития у школьников математического мышления» [3, с. 35]. Аналогичные функции могут выполнять поисково-исследовательские задачи в процессе изучения математических дисциплин в вузе. Рассмотрим серию поисково-исследовательских задач школьного курса математики и соответствующие им поисково-исследовательские задачи вузовского курса математического анализа (таблица 1).

Во всех приведенных в таблице задачах при выполнении последующего задания используется результат или прием выполнения предыдущего задания.

Поисково-исследовательские задачи позволяют установить связь школьного и вузовских математических курсов по линии этапов их решения. Процесс решения поисково-исследовательской задачи, как и любой исследовательской задачи, состоит из 8 этапов [2]. Проиллюстрируем их на примере одной поисково-исследовательской задачи из курса математического анализа, изучаемого в вузе.

Таблица 1

Серия поисково-исследовательских задач школьного курса математики и соответствующие им поисково-исследовательские задачи вузовского курса математического анализа

Поисково-исследовательские задачи школьного курса математики	Поисково-исследовательские задачи вузовского курса математики
Задача 1. Выполните следующие задания последовательно. 1. Найдите производную функции: $a)\ x^2-5x+6;\ b)-2x^3+18\,x.$ 2. Выясните, при каких значениях x производная функции $f'(x)$ принимает отрицательные значения (*добавлено ещё одно действие*) $f(x)=x^2-5x+6$. 3. Выясните, при каких значениях a $f'(x)\geq 0$ для всех действительных значений x, если $f(x)=x^3+3x^2+ax$ (*введен параметр a*).	***Задача 1.*** Выполните следующие задания последовательно. Найдите производные указанного порядка: 1) $y=2x^2+5x-7;\ y''=?$ 2) $y=\frac{1}{3}x^3-\frac{1}{2}x^2-\frac{1}{4}x+3;\ y'''=?$ 3) $y=2x^4-\frac{2}{3}x^3+\frac{3}{5}x^2-\frac{1}{7}x+2;\ y^{IV}=?$ 4) $y=a_0x^n+a_1x^{n-1}+\cdots+a_{n-1}x+a_n;\ \ y^{(n)}=?$
Задача 2. Выполните следующие задания последовательно: 1. Вычислите интеграл $\int_0^2(3x^2-4x+5)dx$ (*поисковая задача*). 2. Выясните, при каких значениях параметра a интеграл $\int_0^a(5x^2-12x+6)dx$ принимает положительные значения (*введен параметр a, добавлено ещё одно действие*). 3. Выясните, при каких значениях параметра a выполняется следующее равенство: $\int_0^a(x+1)\,dx=\frac{3}{2}$ (*введен параметр a, изменено условие и требование задачи*). 4. Выясните, верно ли следующее равенство для интегрируемой на отрезке функции f: 1) $\int_{-a}^a f(x)dx=0$, если функция f – нечетная (при $a>0$); 2) $\int_{-a}^a f(x)dx=2\int_0^a f(x)dx$, если функция f – четная (при $a>0$) (*введен параметр a, изменен тип задания – вместо вычисления требуется доказательство*).	***Задача 2.*** Выполните следующие задания последовательно: 1. Найдите неопределенный интеграл $$\int\frac{\sin x-\cos x}{\sin x+\cos x}\,dx$$ (*используется метод подведения под знак дифференциала*). 2. Найдите неопределенный интеграл $$\int\frac{\sin x-3\cos x}{4\sin x+5\cos x}\,dx.$$ Здесь в числителе и знаменателе добавлены коэффициенты (*представить числитель в виде линейной комбинации знаменателя и его производной, коэффициенты найти методом неопределенных коэффициентов*). 3. Найдите неопределенный интеграл $$\int\frac{2\sin x+3\cos x}{4\sin x+5\cos x}\,dx.$$ (*Решение аналогично предыдущему*) 4. Найдите неопределенный интеграл $$\int\frac{a\sin x+b\cos x}{c\sin x+d\cos x}\,dx.$$ (*Обобщенная задача*)

46PDMN619
Издательство «Мир науки» \ Publishing company «World of science» http://izd-mn.com

Поисково-исследовательские задачи школьного курса математики	Поисково-исследовательские задачи вузовского курса математики
Задача 3. Выполните следующие задания последовательно: 1. Дана функция $f(x) = x^3 - 6x^2$ Постройте её график и выясните, сколько корней имеет уравнение $f(x) = a$в зависимости от параметра a. 2. Дана функция $f(x) = x^2 - 2\|x - 4\|$. а) Постройте график функции f б) Найдите значение $\int_3^5 f(x)dx$. в) Напишите уравнение прямой l, касающейся графика функции fв двух различных точках. г) Найдите площадь фигуры, ограниченной графиком функции f и прямой l.	***Задача 3.*** Выполните следующие задания последовательно: 1. Вычислите интеграл $$\int_{-3}^{1} \sqrt{x+3}dx.$$ 2. Найдите число a, такое, что $$\int_{-3}^{1} \sqrt{x+3}\,dx = \int_0^a \sqrt{x}\,dx.$$ 3. Найдите площадь фигуры, ограниченной графиками функций $y = \sqrt{x+3}$ и $y = \frac{1}{3}x + \frac{5}{3}$. 4. Вычислите $\int_{-3}^{0} \min\left(\sqrt{x+3}; \frac{1}{3}x + \frac{5}{3}\right)dx$. 5. Найдите наименьшее значение $$\int_{-10}^{a} \left(\frac{1}{3}x + \frac{5}{3}\right)dx.$$

Задача 1. Найдите неопределенный интеграл $\int (2x-1)\sqrt{3x+2dx}$ (*мотивационная задача*). Запишите неопределенный интеграл более общего вида и найдите его (проблемная задача).

Поэтапное решение данной задачи представлено в таблице 2.

Таблица 2

Решение задачи на вычисление неопределенного интеграла

Этапы решения задачи	Реализация этапов решения задачи
1. Анализ условия мотивационной задачи	Анализ условия мотивационной задачи показал, что её можно решить методом подстановки и методом интегрирования по частям.
2. Формулировка задачи общего вида	Заменяя числовые коэффициенты параметрами, сформулируем задачу более общего вида. В результате получим следующую проблему: найти неопределенный интеграл вида $\int (ax+b)\sqrt[n]{kx+l}\,dx$ наиболее рациональным способом.
3. Решение частных задач	Решим данную «частную» задачу, найдем интеграл $\int (2x-1)\sqrt{3x+2dx}$ тремя способами (методом подстановки, методом интегрирования по частям и используя «искусственные» преобразования).
4. Анализ полученных результатов и выдвижение гипотезы	Анализ полученных решений показал, что метод подстановки наиболее рациональный, находим некоторые закономерности между коэффициентами, используя их, выдвигаем гипотезу: интеграл более общего вида можно вычислить методом подстановки.
6. Проверка истинности гипотезы. Доказательство ее истинности	Решаем более рациональным способом (методом подстановки) общую задачу, выполняем проверку и записываем полученные результаты исследования. $\int (ax+b)\sqrt[n]{kx+l}dx = \frac{n\,(kx+l)\sqrt[n]{kx+l}}{k^2}\left(\frac{a\,(kx+l}{2n+1} + \frac{bk-al}{n+1}\right) + C$, где $a, b, k, l \in R$, $a \neq 0, k \neq 0, n \in N, n > 2$.
8. Вывод	Таким образом, благодаря решению частной задачи, найден рациональный способ решения обобщенной задачи.

В методической литературе [4] выделены основные приемы решения поисково-исследовательских задач:

1. прием, в основе которого лежит индуктивный метод;
2. прием, в основе которого лежит дедуктивный метод;
3. прием, в основе которого лежит сочетание индуктивного и дедуктивного методов;

4. прием, в основе которого лежит аналитико-синтетический метод.

В решении задачи 1, приведенном в таблице 2, использовался прием, в основе которого лежит аналитико-синтетический метод.

Реализация этапов решения поисково-исследовательских задач способствует формированию компонентов творческого мышления, таких как способность формулировать проблему, находить нужную информацию, переносить её, применять в новых условиях задачи, гибкость мышления, способность генерировать идеи, критичность мышления, способность проводить оценочные суждения, анализ, классификацию, обобщение и т. д. Раскроем содержание деятельности студентов (или школьников) на каждом этапе и формируемые при этом компоненты творческого мышления (таблица 3).

Таблица 3

Содержание деятельности студентов (школьников) на каждом этапе и формируемые при этом компоненты творческого мышления

Деятельность студентов (школьников) на этапах решения поисково-исследовательской задачи	Формируемые компоненты творческого мышления
1. Мотивационная деятельность (решение поисковой задачи, необходимость решения более общей задачи)	Видение противоречий.
2. Формулировка проблемы (составление более общей задачи (одной или двух))	Обобщение. Способность формулировать проблему. Диалектичность мышления.
3. Сбор фактического материала (решение вспомогательных и частных задач)	Находить нужную информацию, переносить ее, применять в новых условиях задачи. Гибкость мышления.
4. Систематизация и анализ полученных результатов решения частных и вспомогательных задач	Критичность мышления, способность проводить оценочные суждения, анализ, классификацию, обобщение.
5. Выдвижение гипотезы (формулировка утверждения, требующего доказательства)	Способность выдвигать гипотезы.
6. Проверка гипотезы (проверка истинности утверждения в частных случаях)	Интеллектуально-логические способности.
7. Доказательство истинности гипотезы (решение задачи разными способами)	Находить нужную информацию и переносить ее, применять в новых условиях задачи. Гибкость мышления.
8. Вывод (анализ полученных результатов и их оценка)	Способность проводить оценочные суждения, анализ, классификацию, обобщение.

Таким образом, решение поисково-исследовательских задач не только активизирует познавательную деятельность учащихся и студентов, но и развивает их творческое мышление, устанавливает преемственность в обучении решению задач в школе и вузе по линии их методов и приемов, а в итоге ориентирует на интеграцию методов и понимание единства математики.

Как показывает практика, при обучении учащихся решению поисково-исследовательских задач наибольшие трудности у них появляются при формулировке более общей задачи (*постановке проблемы*) и учителю необходимо на первых уроках-исследованиях самому формулировать более общую задачу и подробно объяснять, что постановка проблемы непосредственно связана с основным методом решения поисково-исследовательской задачи.

Необходимо также формировать у учащихся и студентов навыки прогнозирования: начинать с простых заданий, постепенно переходя к более сложным задачам. В самом начале исследования следует учить их выбирать метод, которым будет решаться более общая задача.

Обсуждение

Из всего вышеизложенного можно сделать вывод, что при обучении математике необходимо постоянно выделять логическое единство содержания школьной и высшей математики, устанавливать связи между ними по линии методов и приемов решения задач. Это положительно влияет не только на качество обучения математическим дисциплинам в школе и вузе, но и на развитие творческих, в частности исследовательских, умений школьников и студентов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Сманцер А.П. Теория и практика реализации преемственности в обучении школьников и студентов. – Минск: БГУ, 2013. – 271 с.
2. Далингер В.А. Методика обучения математике. Поисково-исследовательская деятельность учащихся: учебник и практикум для СПО. – 2-е изд., испр. и доп. – М.: Издательство Юрайт, 2019. – 460 с.
3. Колягин Ю.М. Задачи в обучении математике: Математические задачи как средство обучения и развития учащихся. Ч. 1. М.: Просвещение, 1977. – 109 с.
4. Воробьев В.В. Поисково-исследовательские задачи по алгебре и геометрии как средство развития творческого мышления учащихся математических классов: автореф. дисс. … канд. пед. наук. – Омск, 2005. – 255 с.
5. Антонелене Э.Н. Преемственность и целостность образовательной сферы. URL: http://superinf.ru/view_helpstud.php?id=954.
6. Антонова И.В. Реализация принципа преемственности обучения математике в средней и высшей школах: дис. …канд. пед. наук. – Москва, 2005. – 197 с.
7. Дербеденева Н.Н. Обучение геометрии студентов первого курса педагогического вуза в условиях преемственности между средней и высшей школой: автореф. дисс. … канд. пед. наук. – Саранск, 2007. – 194 с.
8. Капкаева Л.С. Преемственность в организации самостоятельной работы студентов в условиях бакалавриата и магистратуры // Интеграция образования. – 2012. – № 2. – С. 42–47.
9. Капкаева Л.С., Тагаева Е.А. Методическая система обучения учащихся старших классов алгебре и началам математического анализа в условиях преемственности между школой и вузом // Интернет-журнал «Мир науки» 2017, Том 5, номер 5 https://mir-nauki.com/PDF/39PDMN517.pdf.
10. Нестерова Л.Ю. Преемственность в обучении математике в средней школе и педвузе: дис. …канд. пед. наук. – Саранск, 1998. – 185 с.
11. Попов А.А. Сущность проблемы преемственности содержания профессионально-ориентированного образования в системе «школа – вуз» // 2015 Известия Самарского научного центра Российской академии наук. – 2015. – Т. 17, №1(2).
12. Ткаченко М.Е. Обеспечение преемственности изучения математического анализа в системе колледж – вуз: автореф. дисс. дис. … канд. пед. наук. Новосибирск, 2004. – 216 с.
13. Туманина С.А. Преемственность при обучении математике (школа – вуз) // Педагогические науки. – 2016. – № 53–3. Октябрь 2016.
14. Ференчук Л.В. Проблемы преемственности в обучении математике между школой и вузом // Территория науки. – 2013. – № 5. – С. 20–25.
15. Ярков В.Г. Сущность и функции исследовательских задач в обучении математике студентов педвуза // Современные проблемы науки и образования. – 2013. – № 6.; URL: http://science-education.ru/ru/article/view?id=11061 (дата обращения: 19.11.2019).

Kapkaeva Lydia Semenovna
Mordovian state pedagogical institute named after M.E. Evseviev, Saransk, Russia
E-mail: lskapkaeva@mail.ru

Tagaeva Ekaterina Alekseevna
Mordovian state pedagogical institute named after M.E. Evseviev, Saransk, Russia
E-mail: katrin_87.08@mail.ru

Math research tasks as a tool implementation of continuity of education at school and university

Abstract. The article substantiates the necessity of implementing the principle of continuity of teaching mathematics at school and university as the main condition for the integrity of mathematical knowledge in a system of continuous mathematical education from a modern perspective. The authors consider search and research tasks, which are a series of tasks, one of which is search, and the following two or three tasks of a more general form, the main means of implementing the continuity of teaching mathematical disciplines at school and university. To solve these problems, the method of solving the first (search) problem is used. Similar tasks are contained both in the school course of mathematics and in university mathematical courses, however, they are not combined and are solved separately, without communication with each other, and this prevents the formation of the method as a whole for solving search and research problems, and subsequently research problems. The article presents a series of search and research problems of the school course of mathematics and the corresponding tasks of a university level, solved with the help of the same techniques. As such, techniques are highlighted that are based on: the inductive method, the deductive method, a combination of inductive and deductive methods, and the analytical-synthetic method. Search and research tasks also make it possible to establish a relationship between school and university mathematical courses along the lines of the stages of their solution and the formation of components of creative thinking, such as: the ability to formulate a problem, find the necessary information, transfer it, apply tasks in new conditions, flexibility of thinking, ability to generate ideas , critical thinking, the ability to make value judgments, analysis, classification, generalization, etc. The authors illustrate these points with concrete examples.

Keywords: teaching mathematics; task; search and research problem; solution method; method; continuity; continuity between school and university