

Мир науки. Педагогика и психология / World of Science. Pedagogy and psychology <https://mir-nauki.com>

2020, №6, Том 8 / 2020, No 6, Vol 8 <https://mir-nauki.com/issue-6-2020.html>

URL статьи: <https://mir-nauki.com/PDF/30PDMN620.pdf>

**Ссылка для цитирования этой статьи:**

Пермякова М.Ю. Рабочая тетрадь по математике как средство развития функционально-графической грамотности учащихся основной школы // Мир науки. Педагогика и психология, 2020 №6, <https://mir-nauki.com/PDF/30PDMN620.pdf> (доступ свободный). Загл. с экрана. Яз. рус., англ.

**For citation:**

Permyakova M.Yu. (2020). Workbook on mathematics as a means of developing functional-graphic literacy of primary school students. *World of Science. Pedagogy and psychology*, [online] 6(8). Available at: <https://mir-nauki.com/PDF/30PDMN620.pdf> (in Russian)

УДК 373.5

ГРНТИ 14.25.19

**Пермякова Марина Юрьевна**

ФГБОУ ВО «Шадринский государственный педагогический университет», Шадринск, Россия  
Доцент кафедры «Физико-математического и информационно-технологического образования»

Кандидат педагогических наук  
E-mail: [permakova\\_marina@mail.ru](mailto:permakova_marina@mail.ru)

## **Рабочая тетрадь по математике как средство развития функционально-графической грамотности учащихся основной школы**

**Аннотация.** Статья посвящена актуальной на сегодняшней день проблеме математической подготовки учащихся основной школы. Автор обращает внимание на развитие функционально-графической грамотности в процессе изучения математики. Для всех функций, предусмотренных программой, учащиеся должны четко представлять, какой вид имеет график функции, заданной формулой, уметь строить этот график, и работать с ним, по произвольно вычерченному графику функции читать его свойства, то есть иметь определенный уровень функционально-графической грамотности. График является средством наглядности и средством осмысления математических фактов, то есть график функции – основной инструмент для формирования прежде всего функционально-графических понятий. Для того, чтобы графические представления можно было использовать для формирования функциональных понятий и наоборот, автор предлагает обучить учащихся пониманию взаимоперехода моделей функциональной зависимости – связи между аналитическим заданием функций, ее графиком и заданием функции с помощью ее свойств. В статье приводится анализ учебников на наличие задач на взаимопереходы функциональной зависимости и примеры некоторых типов таких задач. В качестве средства развития предлагаются рабочие тетради. Именно рабочая тетрадь для изучения функциональной линии школьного курса математики и развития функционально-графической грамотности учащихся может стать эффективным средством, которое относится как к средствам преподавания, так и средствам учения. Рабочая тетрадь – самостоятельное учебное издание, не привязанное к комплектам учебников, имеющее неограниченный набор заданий, рассчитанное на разные временные рамки и направленное на достижение различных учебных целей. С этими дидактическими материалами можно работать автономно, в том числе при изучении темы «Функции» в дистанционном режиме. Использование в рабочих тетрадях графических алгоритмов сделает процесс развития функционально-графической грамотности более эффективным.

**Ключевые слова:** функционально-графическая грамотность; рабочая тетрадь по математике; графический алгоритм; задачи на взаимопереходы моделей функциональной зависимости

### Введение

Вопрос изучения функции в школьном курсе математики в значительной степени определяет его прикладную направленность. Систематическое использование функционально-графического материала в процессе изучения математики открывает учащимся возможность видеть внутренние связи между понятием функции и другими понятиями курса, содействует овладению алгебраическими знаниями, а также способствует установлению прочных межпредметных связей математики с другими науками. Например, свойство функции сохранять знак на данном промежутке или быть равной нулю, быть возрастающей или убывающей на рассматриваемом промежутке важно для понимания решения многих уравнений и неравенств, в частности при графическом решении [1; 2].

Для всех функций, предусмотренных программой, учащиеся должны четко представлять, какой вид имеет график функции, заданной формулой, уметь строить этот график, и работать с ним, по произвольно вычерченному графику функции читать его свойства, то есть иметь определенный уровень функционально-графической грамотности<sup>1, 2</sup>. Функционально-графическая грамотность учащихся – наличие системы функционально-графических знаний и функционально-графических умений, необходимых для чтения и построения графиков элементарных функций<sup>3</sup>. Развитие функционально-графических умений имеет важнейшее значение в математической подготовке школьников. Необходимо учитывать, что график является средством наглядности и средством осмысления математических фактов, то есть график функции – основной инструмент для формирования прежде всего функционально-графических понятий: области определения, множества значений функции, монотонности функции, четности и нечетности, знакопостоянство функции, нули функции, наибольшее и наименьшее значения функции [3]. Для того, чтобы графические представления можно было использовать для формирования функциональных понятий и наоборот, необходимо обучить учащихся пониманию взаимоперехода моделей функциональной зависимости – связи между аналитическим заданием функций ( $A$ ), ее графиком ( $T$ ) и заданием функции с помощью ее свойств ( $B$ ). Поскольку существенная доля математического материала в старших классах относится к функциям и элементам математического анализа, то от того, насколько прочно ученик овладеет в курсе алгебры основной школы функционально-графическими знаниями и умениями, в значительной степени зависит успешность дальнейшего обучения алгебре и началам анализа.

---

<sup>1</sup> Программы общеобразовательных учреждений. Алгебра и начала математического анализа 7–9 классы / сост. Т.А. Бурмистрова. – Москва: Просвещение, 2016. – 256 с. – Текст: непосредственный.

<sup>2</sup> Примерная образовательная программа среднего общего образования – Москва, 2016. – Режим доступа: <https://rulaws.ru/acts/Primernaya-osnovnaya-obrazovatel'naya-programma-srednego-obschego-obrazovaniya/> (дата обращения: 12.11.2020). – Текст: электронный.

<sup>3</sup> Пермякова, М.Ю. Формирование функционально-графической грамотности учащихся основной школы в процессе обучения математике: дис. ... канд. пед. наук: 13.00.02 / Пермякова Марина Юрьевна. – Екатеринбург, 2015. – 210 с.

## Методы

В проведенном исследовании были использованы следующие методы: анализ нормативных документов, учебно-методической и психолого-педагогической литературы по вопросам развития функционально-графической грамотности и средствам организации познавательной деятельности учащихся; изучение, анализ и обобщение личного опыта и опыта работы учителей математики общеобразовательных организаций. В результате анализа психолого-педагогической литературы, выделены средства организации познавательной деятельности, в частности рабочие тетради, содержащие задачи на взаимопереходы моделей функциональной зависимости и графические алгоритмы.

## Результаты

Так как функционально-графические знания и функционально-графические умения, необходимые для чтения и изображения графиков элементарных функций, взятые в системе, представляют собой функционально-графическую грамотность учащихся, то ее развитие возможно только в результате использования всех типов задач, требующих действий по переходу моделей функциональных зависимостей [4]. Типы задач на возможные взаимопереходы представлены в таблице 1.

**Таблица 1**  
**Типы задач на взаимопереходы моделей функциональной зависимости**

Найти	Дано		
	Алгебраические модели	Графические модели	Вербальные модели
Алгебраические модели	$A \rightarrow \Gamma \rightarrow A$	$\Gamma \rightarrow A$	$B \rightarrow \Gamma \rightarrow A$
Графические модели	$A \rightarrow \Gamma$	$\Gamma \rightarrow \Gamma$	$B \rightarrow \Gamma$
Вербальные модели	$A \rightarrow \Gamma \rightarrow B$	$\Gamma \rightarrow B$	$B \rightarrow \Gamma \rightarrow B$

Составлено автором

Как было указано выше  $A$  – аналитическая модель функциональной зависимости (формула),  $B$  – вербальная модель (совокупность свойств функции), а  $\Gamma$  – графическая модель (график функции). Всего можно выделить 10 типов задач: три типа задач, где график функции задан по условию, в трех типах задач график может быть результатом решения задачи, а в остальных четырех случаях график выступает в качестве средства решения задачи.

**Таблица 2**  
**Задачи на взаимопереходы моделей функциональной зависимости в учебниках алгебры разных авторов**

№ п/п	Типы моделей	Авторы учебников алгебры								
		А.Г. Мордкович и др.			С.М. Никольский и др.			Ш.А. Алимов и др.		
		7 кл.	8 кл.	9 кл.	7 кл.	8 кл.	9 кл.	7 кл.	8 кл.	9 кл.
1	$A \rightarrow \Gamma$	36	58	32	-	43	29	11	10	32
2	$B \rightarrow \Gamma$	5	3	3	-	5	1	3	1	-
3	$\Gamma \rightarrow A$	11	7	11	-	2	1	2	1	-
4	$\Gamma \rightarrow B$	30	14	2	-	16	5	10	3	-
5	$\Gamma \rightarrow \Gamma$	-	-	3	-	4	2	-	1	1
6	$A \rightarrow \Gamma \rightarrow A$	-	-	-	-	5	-	-	-	-
7	$A \rightarrow \Gamma \rightarrow B$	21	76	36	-	23	35	6	30	16
8	$B \rightarrow \Gamma \rightarrow A$	-	-	-	-	-	-	-	-	-
9	$B \rightarrow \Gamma \rightarrow B$	-	-	-	-	1	-	3	-	-

Составлено автором

Проведенный анализ школьных учебников по алгебре для основной школы позволил определить количество задач на взаимопереходы моделей у разных авторских коллективов. Результаты представлены в таблице 2.

Задачи, в которых график функции задан по условию и будет результатом решения, фактически не представлены в учебниках математики основной школы. Возможной причиной этого является отсутствие нужного количества времени на уроках для выполнения такого рода заданий.

Приведем примеры задач на некоторые из взаимопереходов моделей функциональной зависимости.

Пример 1. Выделить недостающую часть графика функции  $y = f(x)$ , если известно, что  $y = f(x)$  – четная функция (нечетная функция). Тип взаимоперехода  $\Gamma \rightarrow \Gamma$  представлен на рисунке 1.

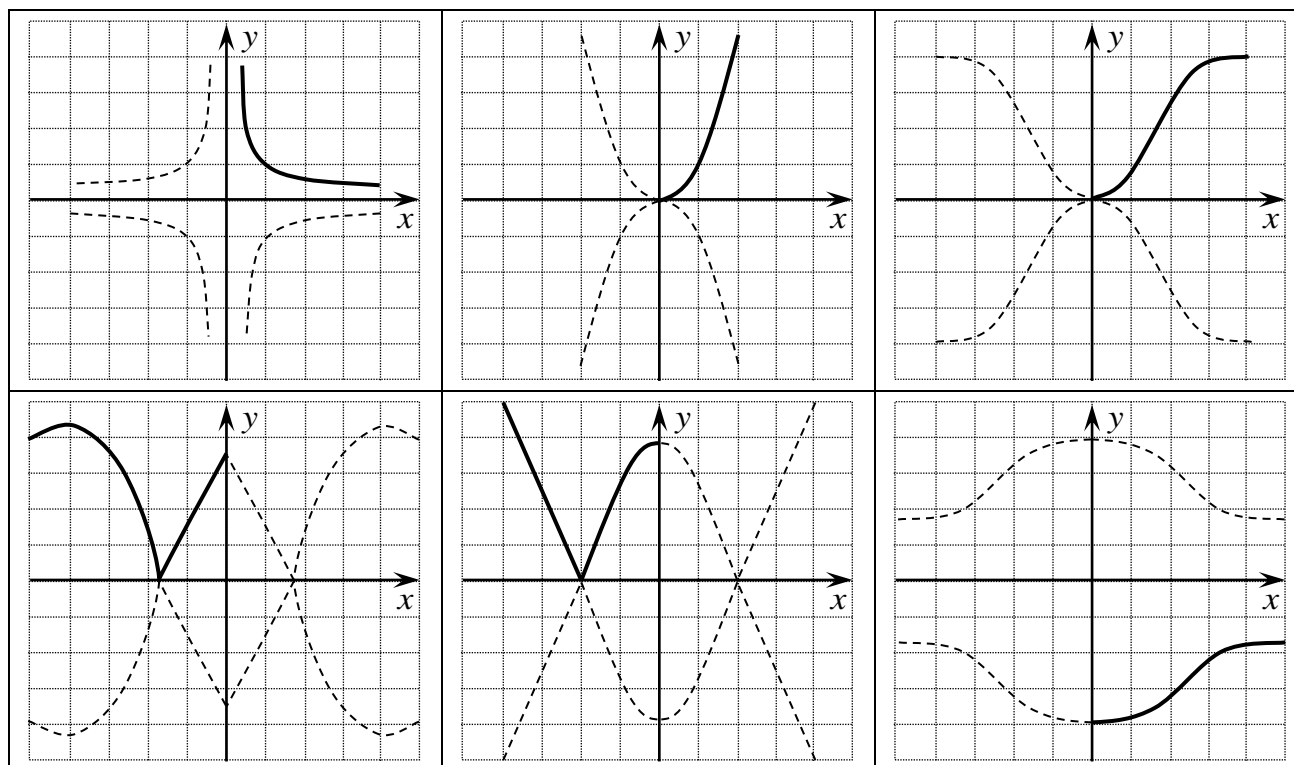


Рисунок 1. Достаивание графиков четных и нечетных функций (составлено автором)

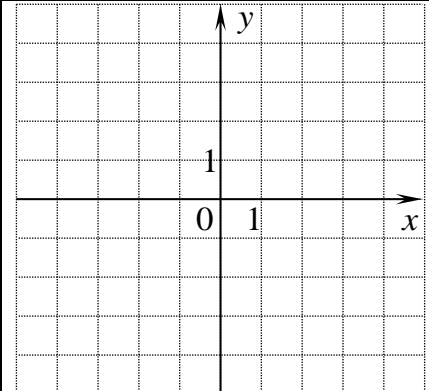
Пример 2. При каких значениях аргумента значения функции  $y = \begin{cases} 4x + 8, & \text{если } x < -2 \\ x^2 + 2x, & \text{если } -2 \leq x \leq 1 \\ -3x + 6 & \text{если } x > 1 \end{cases}$  не положительны? Эта задача типа  $A \rightarrow \Gamma \rightarrow B$ . График кусочно-заданной функции является средством решения таких задач.

Пример 3. Найти уравнение прямой  $y = m$ , параллельной оси абсцисс и имеющей с графиком функции  $y = x^2 - 8x + 5$  только одну общую точку. Эта задача типа  $A \rightarrow \Gamma \rightarrow A$ .

Пример 4. Построить эскиз графика функции по заданным свойствам. Тип взаимоперехода  $B \rightarrow \Gamma$  представлен в таблице 3.

Таблица 3

Задания для построения графика функции по заданным свойствам

а)		б)		в)	
1	$D(f) = [-2; 5]$	1	$D(f) = [-3; 4]$	1	$D(f) = [-1; 8]$
2	$E(f) = [-4; 4]$	2	$E(f) = [-4; 3]$	2	$E(f) = [-4; 2]$
3	Функция возрастает на $[-2; 0]$ и $[3; 5]$ , убывает на $[0; 3]$	3	Функция убывает на $[-3; 1]$ , возрастает на $[1; 4]$	3	Функция возрастает на $[-1; 3]$ и $[5; 8]$ , убывает на $[3; 5]$
4	Нули функции: 0 и 4	4	Значения функции отрицательны только в точках промежутка $(-1; 2)$	4	Нули функции: 3 и 7
					

Составлено автором

Выполнение такого рода заданий повлечет за собой затраты времени на уроке, обусловленные выполнением учащимися чертежей в своих тетрадах. Оптимизировать процесс интерактивного взаимодействия с классом и устранить нерациональные затраты времени помогут дидактические материалы индивидуального назначения, где построение графиков выполняется на готовой координатной плоскости, а их достраивание предлагается выполнять для готовой части чертежа.

В последнее время деятельность педагога по формированию новых знаний и умений не мыслима без средств организации познавательной деятельности учащихся, в качестве которых могут использоваться опорные сигналы, структурно-логические средства, листы рабочей тетради, графические алгоритмы решения задач. Объекты, выполняющие средства обучения, классифицируют по разным основаниям. В том числе по влиянию на качество знаний и по их эффективности в учебном процессе<sup>4</sup>.

Среди таких средств обучения можно выделить рабочие тетради, которые определяются ГОСТом 7.60-2003 «СИБИД. Издания. Основные виды. Термины и определения», как учебные пособия, имеющие дидактический аппарат для самостоятельной работы учащихся над освоением учебного предмета. Рабочая тетрадь предполагает выполнение заданий на страницах самого пособия для отработки практических навыков при усвоении изучаемого материала. Разработанная с учетом требований ФГОС рабочая тетрадь, может стать неоценимым помощником для учителя математики.

Созданием рабочих тетрадей для младших и старших школьников занимались многие педагоги и методисты (М.И. Моро, И.Б. Нефедова, А.М. Пышкало, З.Б. Редько, В.Н. Рудницкая, С.В. Степанова, Т.В. Юдачева, Ю.А. Глазков, О.И. Чикунова). Исследованию

<sup>4</sup> Голубкова, Г.И. Рабочая тетрадь как многофункциональное дидактическое средство в системе самостоятельной работы студентов: автореф. дис. ... канд. пед. наук: 13.00.01 / Голубкова Галина Ивановна. – Москва, 2012. – 284 с. – URL: <https://www.dissercat.com/content/rabochaya-tetrad-kak-mnogofunktsionalnoe-didakticheskoe-sredstvo-v-sisteme-samostoyatelnoi-r/read> (дата обращения: 12.11.2020). – Текст: электронный.

методических аспектов использования рабочих тетрадей в обучении уделяли внимание А.И. Болотова, Е.А. Привалова, Ю.Л. Троицкий, В.В. Майер, М.Н. Егупова, А.А. Голубев<sup>5</sup>. Вопросам разработки рабочих тетрадей для студентов посвящены исследования В.С. Елагиной, Ш.Ш. Харулина, А.И. Локтева, Т.Г. Стул, М.Т. Дьяконовой, С.И. Макарова<sup>6</sup> [5–8].

Именно рабочая тетрадь для изучения функциональной линии школьного курса математики и развития функционально-графической грамотности учащихся может стать эффективным средством, которое относится как к средствам преподавания, так и средствам учения. Может использоваться учащимися на пути самостоятельного освоения знаний.

Информация, образно представленная при изучении функций, должна повысить вероятность ее сохранения в памяти и уровень оперирования ею при изучении других разделов математики [9; 10]. Специфика функционально-графического материала предполагает органичное сочетание визуальных и вербальных моделей информации, поэтому важно найти оптимальный баланс между ними. При изучении функционально-графического материала необходимо выполнение двух условий, взаимосвязанных между собой: эргономизации учебной информации и устранения нерациональных затрат времени, связанных с процессом обучения математике. Эти условия можно выполнить, если использовать в процессе обучения рабочую тетрадь, содержащую задания на чтение и построение графиков функций.

Рабочая тетрадь – самостоятельное учебное издание, не привязанное к комплектам учебников, имеющее неограниченный набор заданий, рассчитанное на разные временные рамки и направленное на достижение различных учебных целей. С этими дидактическими материалами можно работать автономно, в том числе при изучении темы «Функции» в дистанционном режиме. При этом рабочая тетрадь может быть использована для подготовки учащихся к итоговой аттестации по математике.

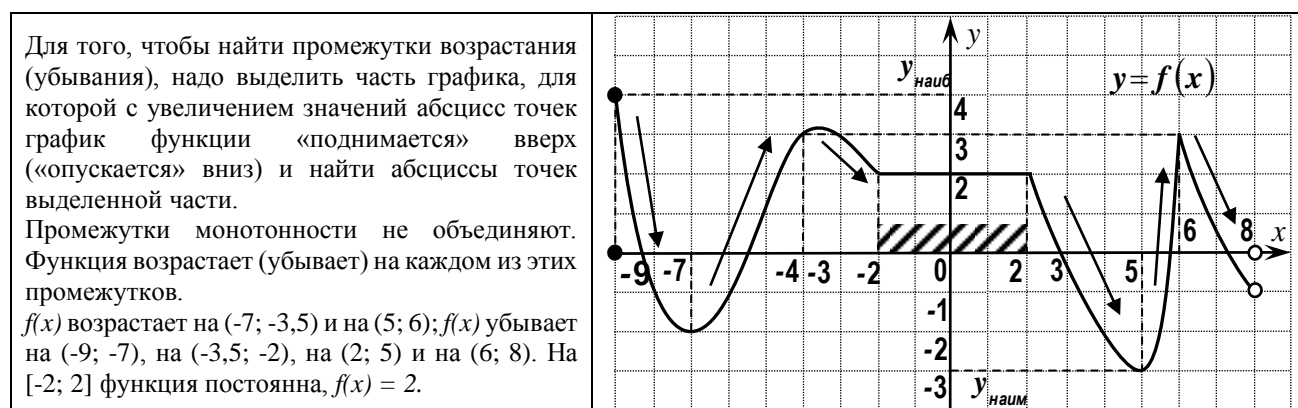


Рисунок 2. Графический алгоритм (составлено автором)

Для изучения теоретического материала могут использоваться графические алгоритмы, которые позволяют визуализировать необходимую для запоминания информацию, и делать ее более доступной для учащихся [11]. Графические алгоритмы могут быть размещены на страницах рабочей тетради в качестве средства изучения нового материала и систематизации

<sup>5</sup> Болотова, А.И. Рабочая тетрадь как средство развития познавательной самостоятельности при обучении математике младших школьников: автореф. дис. ... канд. пед. наук: 13.00.02 / Болотова Алена Ивановна. – Москва, 2012. – 24 с. – URL: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=19376035> (дата обращения: 12.11.2020). – Режим доступа: по подписке ШГПУ. – Текст: электронный.

<sup>6</sup> Фаустова, Н.П. Организация самостоятельной работы студентов-заочников факультета педагогики и методики начального образования при изучении курса методики преподавания математики: учеб.-мет. пособие / Н.П. Фаустова, Е.В. Долгошеева. – Елец: Елецкий государственный университет им. И.А. Бунина, 2006. – 79 с. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=272349> (дата обращения: 12.11.2020). – Режим доступа: по подписке ШГПУ. – Текст: электронный.

уже изученного. На рисунке 2 приведен пример графического алгоритма для нахождения промежутков возрастания (убывания) функции.

### **Обсуждение**

Использование рабочих тетрадей по математике для развития функционально-графической грамотности учащихся является достаточно эффективным средством, позволяющим значительно уменьшить временные затраты на чтение и построение графиков функций за счет готовой координатной плоскости и индивидуальных дидактических материалов. Графические алгоритмы позволяют визуализировать функционально-графический материал и повысить уровень усвоения абстрактных знаний функциональной линии школьного курса математики.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Горина, Л.А. О развивающем потенциале функционально-графической линии в курсе алгебры основной школы / Л.А. Горина. – Текст: непосредственный // Математика в школе. – 2011. – № 2. – С. 69–73.
2. Суворова, С.Б. Методические указания к теме «Квадратичная функция» / С.Б. Суворова, А.Н. Тернопол. – Текст: непосредственный // Математика в школе. – 2002. – № 9. – С. 12–28.
3. Мордкович, А.Г. Методические проблемы изучения элементов математического анализа в общеобразовательной школе / А.Г. Мордкович. – Текст: непосредственный // Математика в школе. – 2002. – № 9. – С. 52–56.
4. Пермякова, М.Ю. Задачи на взаимопереходы моделей функциональной зависимости как средство развития познавательных УУД учащихся в процессе обучения математике / М.Ю. Пермякова. – Текст: непосредственный // Мир науки, культуры, образования. – 2017. – № 2 (63). – С. 230–232.
5. Елагина, В.С. Рабочая тетрадь как средство организации самостоятельной работы иностранных курсантов военного вуза / В.С. Елагина, Ш.Ш. Хайрулин – Текст: электронный // Современные проблемы науки и образования. – 2019. – № 3. – URL: <http://www.science-education.ru/ru/article/view?id=28763> (дата обращения: 12.11.2020).
6. Смыковская, Т.К. Методика изучения многогранников в средней школе, использование рабочей тетради при организации самостоятельной познавательной деятельности учащихся: учеб.-метод. пособие / Т.К. Смыковская, Н.В. Лобанова, М.С. Дерновая. – Волгоград: Волгоградский государственный социально-педагогический университет, 2016. – 88 с. – URL: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=25761325> (дата обращения: 12.11.2020). – Режим доступа: по подписке ШГПУ. – Текст: электронный.
7. Макаров, С.И. Интерактивное обучение математике в вузе с использованием электронной рабочей тетради / С.И. Макаров, С.А. Севастьянова. – Текст: непосредственный // Фундаментальные исследования. – 2013. – № 6–5. – С. 1249–1252.
8. Потанина, О.В. Активизация самостоятельной работы студентов по математике в техническом вузе (на примере рабочей тетради) / О.В. Потанина, Е.В. Павлова. – Текст: электронный // Современная высшая школа: инновационный аспект. – 2016. – № 8. – С. 111–120. – URL: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=27264714> (дата обращения: 12.11.2020). – Режим доступа: по подписке ШГПУ.
9. Далингер, В.А. Обучение математике на основе когнитивно-визуального подхода / В.А. Далингер. – Текст: непосредственный // Научное обозрение. Педагогические науки. – 2020. – № 1. – С. 22–26.
10. Громова, Е.В. Обучение понятию функции в основной школе с помощью компьютерных технологий / Е.В. Громова, И.С. Сафуанов. – Текст: непосредственный // Вестник МГПУ. Сер. Информатика и информатизация образования. – 2013. – № 1(25). – С. 91–99.
11. Пермякова, М.Ю. Графический алгоритм как средство формирования функционально-графической грамотности учащихся основной школы / М.Ю. Пермякова. – Текст: непосредственный // Глобальный потенциал науки. – 2017. – № 12 (81). – С. 25–27.



**Permyakova Marina Yur'evna**

Shadrinsk state pedagogical university, Shadrinsk, Russia  
E-mail: permakova\_marina@mail.ru

## **Workbook on mathematics as a means of developing functional-graphic literacy of primary school students**

**Abstract.** The article is devoted to the current problem of the mathematical training of primary school students. The author draws attention to the development of functional graphic literacy in the process of studying mathematics. For all the functions provided by the program, students must clearly understand what the graph of the function given by the formula looks like, be able to build this graph, and work with it, read its properties according to an arbitrarily drawn function graph, that is, have a certain level of functional and graphic literacy. The graph is a means of visualization and a means of comprehending mathematical facts, that is, the graph of a function is the main tool for the formation, first of all, of functional-graphic concepts. In order for graphical representations to be used to form functional concepts and vice versa, the author proposes to teach students to understand the mutual transition of functional dependence models – the relationship between the analytical task of functions, its graph and the task of a function using its properties. The article provides an analysis of textbooks for the presence of tasks for the mutual transitions of functional dependence and examples of some types of such tasks. Workbooks are offered as a means of development. It is a workbook for studying the functional line of the school course in mathematics and the development of functional-graphic literacy of students that can become an effective tool that applies both to teaching tools and teaching tools. A workbook is an independent educational publication, not tied to sets of textbooks, having an unlimited set of tasks, designed for different time frames and aimed at achieving various educational goals. You can work with these didactic materials autonomously, including when studying the topic "Functions" remotely. The use of graphic algorithms in workbooks will make the process of developing functional and graphic literacy more efficient.

**Keywords:** functional-graphic literacy; workbook in mathematics; graphic algorithm; tasks for the mutual transitions of functional dependence models