

Интернет-журнал «Мир науки» ISSN 2309-4265 <https://mir-nauki.com/>
2017, Том 5, номер 5 (сентябрь – октябрь) <https://mir-nauki.com/vol5-5.html>
URL статьи: <https://mir-nauki.com/PDF/24PDMN517.pdf>
Статья опубликована 02.11.2017

Ссылка для цитирования этой статьи:

Болотюк В.А., Болотюк Л.А. О методических особенностях разработки генераторов карточек с задачами по математике // Интернет-журнал «Мир науки» 2017, Том 5, номер 5 <https://mir-nauki.com/PDF/24PDMN517.pdf> (доступ свободный). Загл. с экрана. Яз. рус., англ.

УДК 372.851

Болотюк Владимир Анатольевич

ФГБОУ ВПО «Омский государственный университет путей сообщения», Россия, Омск¹
Кандидат педагогических наук, доцент
E-mail: rombva@mail.ru

Болотюк Людмила Анатольевна

ФГБОУ ВПО «Омский государственный университет путей сообщения», Россия, Омск
Кандидат педагогических наук, доцент
E-mail: 4liudmila@gmail.com
РИНЦ: http://elibrary.ru/author_profile.asp?id=687881

О методических особенностях разработки генераторов карточек с задачами по математике

Аннотация. В процессе обучения математическим дисциплинам перед каждым преподавателем регулярно встаёт проблема обновления наборов задач типовых расчетов, задач для проведения контрольных и самостоятельных работ. Поэтому актуальной является разработка программного средства автоматизации подобной работы. Для автоматического составления, прорешивания и последующего набора формулировок таких задач на карточках авторы статьи применяют разработанное ими программное средство – генератор карточек. Генератор карточек по дисциплине содержит основную программу и несколько программных модулей. Разработка авторами статьи нескольких генераторов карточек позволила уточнить последовательность шагов (методику) по их созданию. Полноценный решатель некоторого класса задач позволяет найти решение любой задачи из этого класса. Авторы приводят примеры работы модулей различных видов. С методической точки зрения всё многообразие типовых задач, которые разрабатываются преподавателями и решаются студентами в процессе обучения математике, разбивается на группы в зависимости от того, какие виды модулей позволяют их генерировать. При разработке конкретных модулей генераторов карточек в первую очередь приходится выбирать вид создаваемого модуля.

Ключевые слова: высшая математика; типовой расчет; задача; технический университет; оптимизация; программный продукт; генератор; программа

Основным средством обучения математическим дисциплинам традиционно являются задачи. Перед каждым преподавателем регулярно встаёт актуальная проблема обновления наборов задач типовых расчетов, задач для проведения контрольных и самостоятельных работ. Разработка средств автоматизации процесса составления карточек с задачами по математике и

¹ 644046, г. Омск, пр. Маркса, 35

другим дисциплинам является актуальной задачей современного учебного процесса в ВУЗе. Для автоматического составления, прорешивания и последующего отображения формулировок таких задач на карточках авторы применяют разработанное ими программное средство – генератор карточек [1, 2, 3]. Авторы используют генераторы карточек для проведения контрольных и самостоятельных работ, типовых расчётов на потоках с большим количеством студентов, совершенствуют существующие и создают новые генераторы карточек.

Генератор карточек написан на языке RPL (ROM-based Procedural Language) графического калькулятора HP 50g со встроенной системой компьютерной математики и может быть запущен как на самом калькуляторе HP 50g, так и на его эмуляторе, на компьютере с операционной системой Windows. Библиотека графических инструментов, разработанная авторами статьи на языке RPL, значительно упрощает процесс разработки новых генераторов карточек. Для генерации карточек с задачами на компьютере с операционной системой Windows требуется только эмулятор калькулятора с загруженным в него генератором карточек по соответствующей дисциплине, программа извлечения сгенерированных изображений из памяти эмулятора, написанная авторами статьи на языке AutoIt, а также конвертеры изображений в формат *.bmp, написанные авторами на языке Си. Если же генерация карточек запускается на калькуляторе, то после генерации карточек их конвертацию в формат *.bmp можно выполнить на самом калькуляторе с помощью конвертера, написанного авторами на языке Си. После завершения конвертации изображения карточек с условиями задач и ответами к ним в формате *.bmp можно перебросить с SD карты памяти калькулятора на компьютер для просмотра или распечатки. В случае запуска генератора карточек на калькуляторе компьютер требуется только для распечатки сгенерированных материалов, поэтому наличие операционной системы Windows становится не обязательным.

Генератор карточек по дисциплине содержит основную программу и несколько программных модулей, каждый из которых требует в качестве аргумента номер задачи и возвращает как результат два изображения: 1) изображение с формулировкой задачи с указанным номером; 2) изображение с ответом к задаче с указанным номером. Далее в статье приводятся примеры таких изображений. Основная программа требует в качестве аргумента список, содержащий количество вариантов, которое необходимо сгенерировать, и номера задач, которые будут включены в карточку с каждым вариантом. Основной программой выполняется последовательный запуск указанных пользователем модулей и склейка изображений условий задач и ответов к ним в изображение карточки (см. рис. 1).

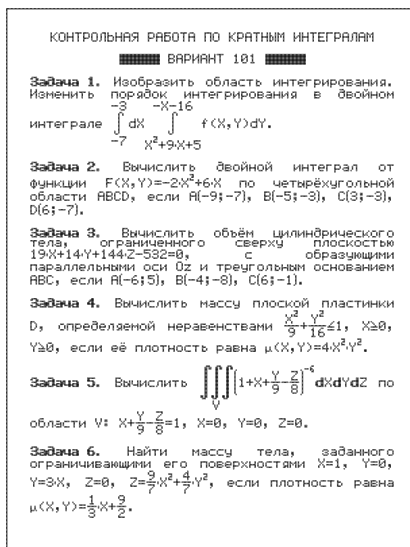


Рисунок 1. Пример карточки с задачами, полученной с помощью разработанного авторами генератора карточек

Разработка авторами статьи нескольких генераторов карточек позволила уточнить последовательность шагов по их созданию: формируется список задач по теме, разделу, дисциплине; разрабатываются или используются готовые генераторы и решатели задач; на языке RPL создаются модули; создаётся каталог калькулятора с основной программой и модулями; устанавливаются необходимые библиотеки; каталог генератора карточек сохраняется для последующего использования.

Авторы выделяют следующие виды модулей генератора карточек, использующие для формирования условия и получения ответа: 1) полноценный решатель некоторого класса задач; 2) готовое решение некоторого класса задач в общем виде; 3) «параллельное» конструирование; 4) «решение» с конца. С методической точки зрения всё многообразие типовых задач, которые разрабатываются преподавателями и решаются студентами в процессе обучения математике, разбивается на группы в зависимости от того, какие виды модулей позволяют их генерировать. При разработке конкретных модулей генераторов карточек авторам главным образом приходилось выбирать вид создаваемого модуля, т. к. знание подобных классификаций позволяло им избежать излишних усилий и затрат времени на разработку модулей, генерирующих новые виды задач. Рассмотрим их подробнее.

Полноценный решатель некоторого класса задач позволяет найти решение любой задачи из этого класса. Например, среди модулей первого вида генератора карточек по дискретной математике имеется модуль, создающий условие задачи на нахождение таблиц истинности заданных булевых выражений, в основу работы которого положен написанный авторами калькулятор булевых выражений. Основная часть генератора задачи случайным образом формирует набор булевых выражений, а затем решатель выполняет поиск решения. Если сгенерированные булевы выражения имеют заданную длину, не нулевой и не единичный вектор значений, то они включаются в условие задачи, иначе процесс генерации повторяется снова (см. рис. 2).

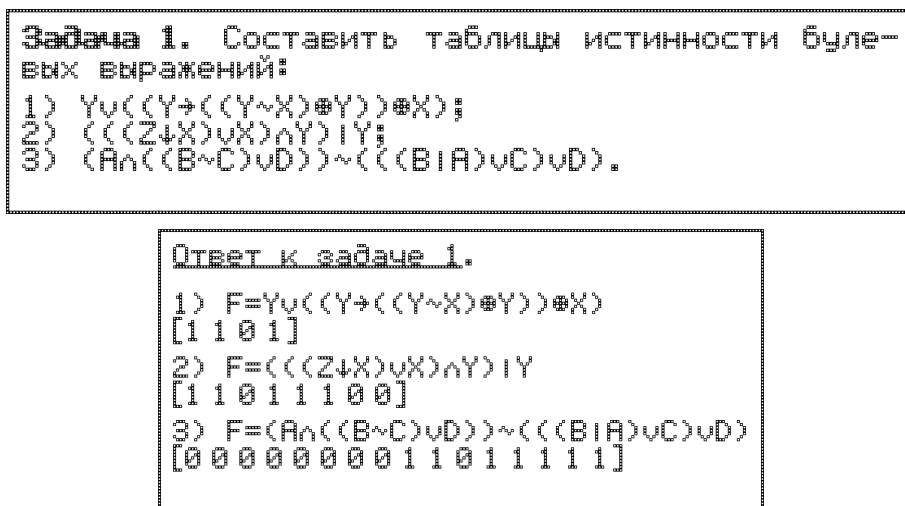


Рисунок 2. Пример задачи на составление таблиц истинности, полученной с помощью разработанного авторами генератора карточек

Другим примером модуля с полноценным решателем может служить модуль генератора карточек по дискретной математике, создающий условие задачи на разложение заданного над полем $GF(p)$ многочлена $f(x)$. В основу работы этого модуля положен написанный авторами рекурсивный решатель, раскладывающий многочлен на неприводимые множители с помощью алгоритма Берлекэмпса. Основная часть генератора случайным образом формирует многочлен с коэффициентами из поля $GF(p)$, а решатель раскладывает его на произведение

степеней неприводимых множителей. При этом проверяется, что разложение многочлена имеет кратный множитель. Полученный многочлен и его разложение включаются в условие задачи и ответ к ней соответственно (см. рис. 3).

Задача 2. Разложить заданный многочлен над полем $GF(2)$: $x^8+x^7+x^6+x^5+x^4+1$.

Ответ к задаче 2.

$$(x+1)^2(x^6+x^5+1)$$

Рисунок 3. Пример задачи на факторизацию многочлена над конечным полем, полученной с помощью разработанного авторами генератора карточек

Модуль второго вида, использующий решение некоторой задачи в общем виде или некоторого её частного случая, может быть проиллюстрирован примером простейшего модуля из генератора карточек по теории вероятностей, создающим условие задачи на нахождение количества способов извлечения заданного количества шаров, обладающее определённым свойством. В этом модуле нет решателя для произвольных параметров, а имеется лишь решатель для единственного набора параметров (количество извлекаемых шаров; не менее какого количества шаров извлекается), т. е. решение выполняется по готовой формуле (см. рис. 4).

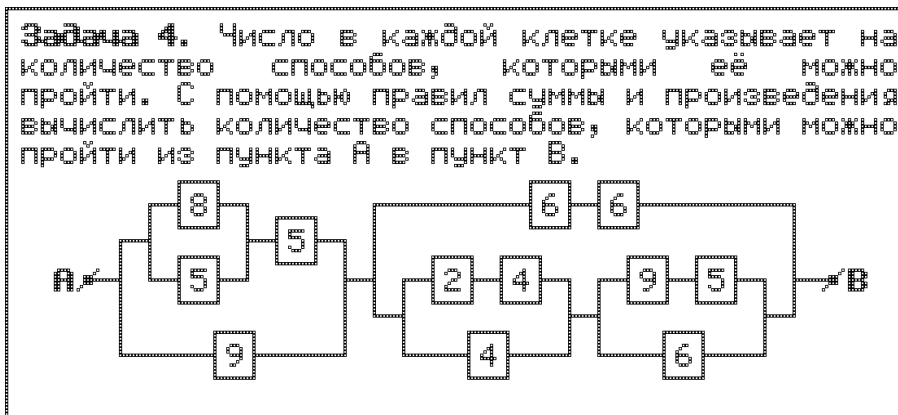
Задача 3. В мешке 40 шаров: 7 красных, 11 синих, 6 зелёных и 16 жёлтых. Сколькими способами можно извлечь четыре шара так, чтобы среди них были хотя бы три шара одного цвета?

Ответ к задаче 3.

22260.

Рисунок 4. Пример задачи по комбинаторике, полученной с помощью разработанного авторами генератора карточек

Примером модуля третьего вида, выполняющего одновременное конструирование условия и ответа, может служить модуль генератора карточек по комбинаторике, создающий условие задачи на правило суммы и произведения (см. рис. 5).

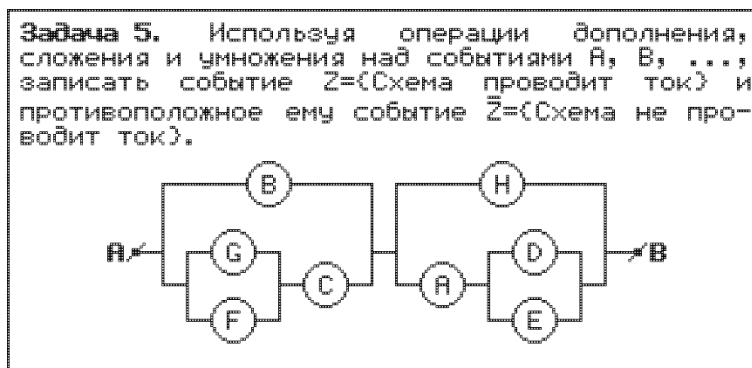


Ответ к задаче 4.
 $N=47952.$

Рисунок 5. Пример задачи на основные правила комбинаторики, полученной с помощью разработанного авторами генератора карточек

В начале работы генератор создаёт список списков изображения клетки, числа в клетке, номера операции, количества повторов операции. Затем случайным образом выбираются два подсписка и тип соединения – последовательное или параллельное, вычисляется соответствующее этому соединению количество способов прохождения, формируется новое изображение, корректируются параметры типа соединения и повтора операции. Генерация повторяется до тех пор, пока в одну схему не будут склеены все клетки. При этом, как только получена вся схема, уже известно количество способов её прохождения, так же, как и в процессе генерации схемы, на любом шаге известно количество способов прохождения соответствующего фрагмента.

Ещё одной иллюстрацией модуля третьего вида является модуль генератора карточек по теории вероятностей, создающий условие задачи на операции над событиями (см. рис. 6).



Ответ к задаче 5.
 $Z = (B \cup (G \cap F) \cap C) \cap (H \cup (A \cap (D \cup E))), \bar{Z} = (\bar{B} \cap ((\bar{G} \cap \bar{F}) \cup \bar{C})) \cup (A \cap (A \cup (\bar{D} \cap \bar{E}))).$

Рисунок 6. Пример задачи на операции над событиями, полученной с помощью разработанного авторами генератора карточек

Принципы функционирования генератора этой задачи совершенно аналогичны принципам работы генератора из предыдущего примера.

Заключительным примером модуля третьего вида может служить модуль генератора карточек по дискретной математике, создающий условие задачи на операции над множествами (см. рис. 7).

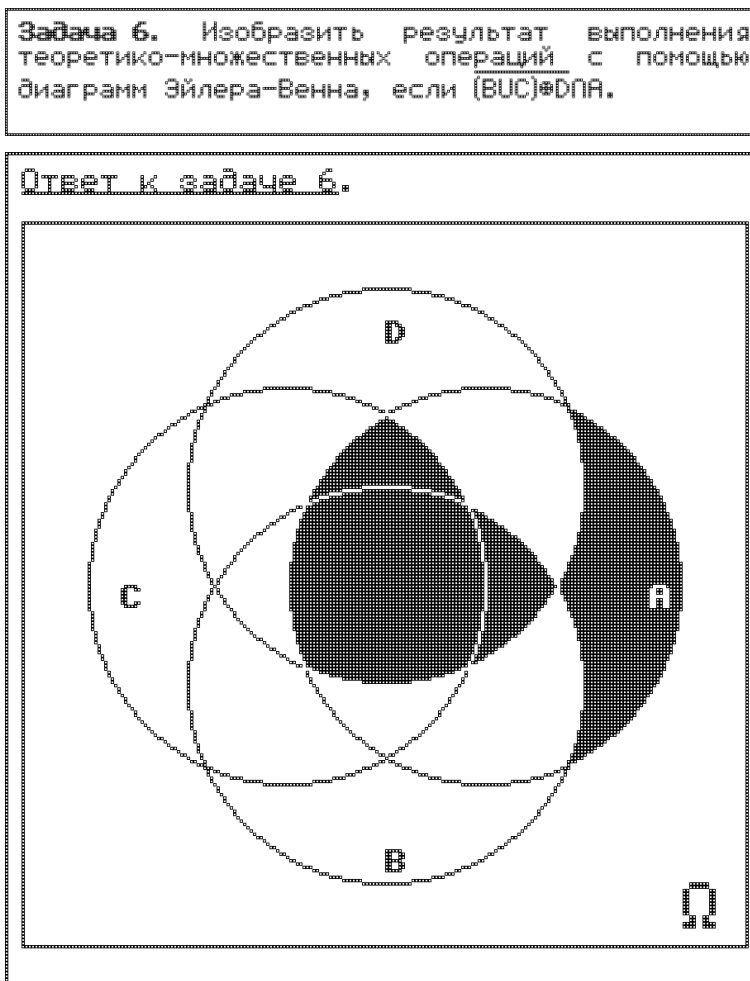


Рисунок 7. Пример задачи на операции над множествами, полученной с помощью разработанного авторами генератора карточек

Принципы функционирования этого генератора аналогичны принципам работы предыдущих двух генераторов, т. е. в процессе создания условия конструируется и ответ. Однако здесь в отличие от предыдущих примеров рисунок идёт в ответ, а формула – в условие задачи.

В качестве модуля четвёртого вида, генерирующего задачу с конца (от ответа), можно упомянуть модуль генератора карточек по алгебре, создающий условие задачи на корни многочлена (см. рис. 8).

Задача 7. Найти все корни (действительные и комплексные) многочленов: 1) $9x^2+6x+1=0$; 2) $162x^3-585x^2-598x-225=0$.

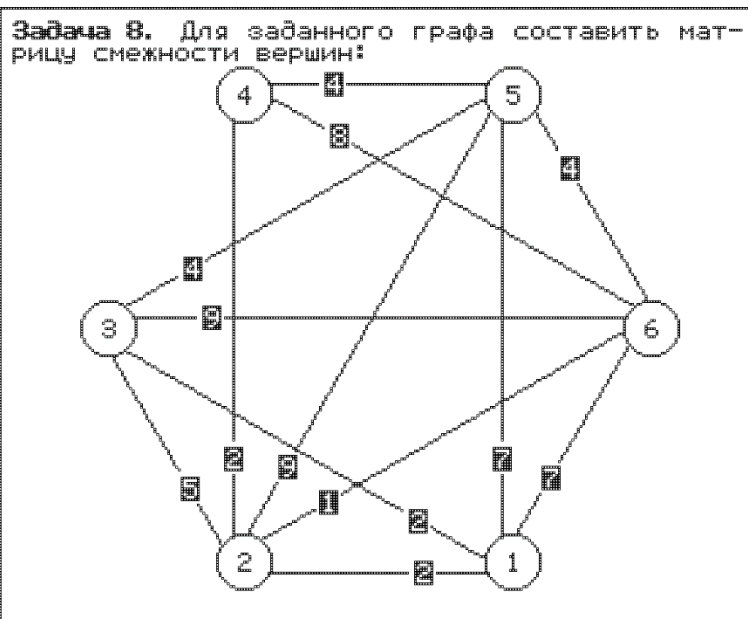
Ответ к задаче 7.

1) $x_1 = -\frac{1}{3}, x_2 = -\frac{1}{3}$;
2) $x_1 = \frac{9}{2}, x_2 = \frac{-4}{9} + \frac{1}{3}i, x_3 = \frac{-4}{9} - \frac{1}{3}i$.

Рисунок 8. Пример задачи на корни многочленов, полученной с помощью разработанного авторами генератора карточек

В этом модуле сначала генерируется ответ, а затем по корням многочленов восстанавливаются многочлены.

В качестве ещё одного примера модуля четвёртого вида можно привести модуль генератора карточек по дискретной математике, создающий условие задачи на изображение графа (см. рис. 9).



Ответ к задаче 8.

$$P = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 2 & 0 & 7 & 7 \\ 2 & 0 & 5 & 2 & 9 & 1 \\ 2 & 5 & 0 & 0 & 4 & 9 \\ 0 & 2 & 0 & 0 & 4 & 8 \\ 7 & 9 & 4 & 4 & 0 & 4 \\ 7 & 1 & 9 & 8 & 4 & 0 \end{pmatrix}.$$

Рисунок 9. Пример задачи на матричное представление графа, полученной с помощью разработанного авторами генератора карточек

В этом модуле сначала генерируется ответ, т. е. матрица смежности вершин связного графа, а затем, с помощью разработанной авторами подпрограммы, строится изображение графа.

Всё разнообразие видов модулей не ограничивается приведённым выше списком. В частности, авторы используют модули, которые не используют в процессе своей работы никаких решателей, т. к. ответ на соответствующие задачи либо очевиден (преподавателю), либо настолько громоздок, что проверка будет лишь тормозиться.

Модуль генератора карточек по интегральному исчислению создаёт условие задачи на табличные интегралы. В данном случае ответ преподавателю не нужен (см. рис. 10).

Задача 9. Найти неопределённые интегралы с использованием таблицы интегралов, основных правил интегрирования и правила о линейной замене, если:

$$\int \left(-7 - 6\frac{1}{x} - 9\sqrt{64+x^2} - 82^x - 9 \cdot \frac{1}{\cos^2(x)} \right) dx, \quad \int \frac{1}{\sqrt{-4x-5}} dx,$$

$$\int \frac{1}{\sqrt[3]{3x+3}} dx, \quad \int \frac{1}{1-(-4x-9)^2} dx.$$

Рисунок 10. Пример задачи на неопределённый интеграл, полученной с помощью разработанного авторами генератора карточек

В качестве последнего примера статьи приведём результат запуска модуля генератора карточек по числовым рядам, создающего условие задачи на исследование числового ряда на сходимость (ответы также не генерируются) (см. рис. 11).

Задача 10. Исследовать заданный числовой ряд на сходимость, если

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cdot \frac{2 \cdot 11 \cdot 20 \dots (9n-7)}{6 \cdot 14 \cdot 22 \dots (8n-2)}$$

Рисунок 11. Пример задачи на числовые ряды, полученной с помощью разработанного авторами генератора карточек

Опыт разработки генераторов и решателей задач, а также основанных на них генераторов карточек, показывает, что в заметной доле случаев можно обойтись без модулей первого вида. Например, для генерации рассмотренной выше задачи 2 на разложение многочлена над конечным полем можно использовать модуль четвёртого вида. Сначала выбрать произвольные элементы или неразложимые многочлены соответствующего конечного поля, которые затем возвести в степени, среди которых хотя бы одна будет больше единицы. Произведение полученных степеней даёт ответ на задачу 2, а раскрытие этого произведения даёт условие задачи, т. е. полноценный решатель задачи не требуется. В общем случае не всегда можно заменить модуль одного вида на модуль другого вида, т. к. существуют определённые алгоритмические препятствия в виде невозможности создания общего алгоритма, решения задачи с конца, использования одной формулы и т. п.

Выше были приведены примеры работы модулей указанных видов потому, что таковыми являются большинство модулей в разработанных авторами статьи генераторах карточек. На момент написания статьи авторами разработаны два генератора карточек с задачами по математике для студентов заочного факультета (все семестры, 82 задачи),

генератор карточек по дискретной математике (50 задач), генераторы карточек по математике для студентов очной формы обучения (4 семестра, 208 задач) [4, 5, 9, 10, 11, 12].

Итак, разработка авторов успешно решает задачу автоматизации процесса генерации задач (карточек с задачами) по математике для студентов очной и заочной формы обучения. Существенным отличием разработки авторов статьи от генераторов учебных материалов, разработанных другими авторами [7, 8, 14, 15, 16], является отсутствие необходимости установки издательских систем, компиляторов, систем компьютерной математики и любых других программ (при использовании компьютера необходимо установить только эмулятор калькулятора). Генерируемые задачи отличаются не только числовыми данными, но и подвидами задач, содержат графики, рисунки, таблицы и т. п. От преподавателя, использующего разработанные генераторы карточек, требуются всего лишь базовые умения при работе с компьютером: копирование каталогов, запуск приложения (эмулятора), набор цифр (количества вариантов и номеров задач, входящих в карточку) на клавиатуре и отправка изображений на печать. От преподавателя, разрабатывающего новые генераторы карточек или редактирующего старые генераторы карточек, требуется знание функций библиотеки графических инструментов и умение программировать на языке RPL. При необходимости возможно изменение одного или двух параметров в RPL-коде модуля конкретной задачи, что позволяет изменить сложность генерируемой задачи, количество элементов схемы, порядок графа, и т. п. Общей чертой, характеризующей разработку авторов статьи и аналогичные генераторы учебных материалов других разработчиков, является необходимость умения программировать для корректировки или разработки генераторов.

Полученные авторами статьи результаты успешно используются в работе профессорско-преподавательского состава кафедры «Высшая математика» ОмГУПС.

ЛИТЕРАТУРА

1. Болотюк В. А., Болотюк Л. А. Роль генераторов и решателей задач в преподавании высшей математики // Интернет-журнал «Науковедение», 2013 №6 (19) [Электронный ресурс] – М.: Науковедение, 2014. – Режим доступа: <http://naukovedenie.ru/PDF/144PVN613.pdf>, свободный. – Загл. с экрана. – Яз. рус., англ.
2. Болотюк В. А., Болотюк Л. А. О применении HomeLisp в процессе обучения математики // Интернет-журнал «Науковедение», Том 7, №5 (сентябрь-октябрь 2015) [Электронный ресурс] – М.: Науковедение, 2015. – Режим доступа: <http://naukovedenie.ru/PDF/36PVN515.pdf> свободный. – Загл. с экрана. – Яз. рус., англ.
3. Болотюк В. А., Болотюк Л. А. Об опыте использования графического калькулятора HP 50g для разработки генераторов карточек с задачами по высшей математике // Интернет-журнал «Мир науки» 2016, Том 4, номер 6 <http://mir-nauki.com/PDF/05PDMN616.pdf> (доступ свободный). Загл. с экрана. Яз. рус., англ.
4. Дискретная математика. Том. Часть 1: учебно-методическое пособие для самостоятельной работы студентов / О. В. Гателюк, В. Г. Шантаренко; Омский гос. ун-т путей сообщения. Омск, 2016. 31 с.
5. Дискретная математика. Том. Часть 2: учебно-методическое пособие для самостоятельной работы студентов / О. В. Гателюк, В. Г. Шантаренко; Омский гос. ун-т путей сообщения. Омск, 2016. 39 с.

6. Дьяконов В. П. Современные зарубежные микрокалькуляторы. М.: Солон-Р, 2002. 400 с.
7. Кирсанов М. Н. Генератор задач по теоретической механике и математике // Информатизация инженерного образования. Электронные образовательные ресурсы МЭИ. М.: Изд-во МЭИ, 2006. С. 59-62.
8. Левинская М. А. Автоматизированная генерация заданий по математике для контроля знаний учащихся // Educational Technology & Society. 2002. Т. 5(4).1. С. 214-221.
9. Линейная алгебра. Практикум для студентов направления подготовки "Экономика" / Ю. Г. Галич, Е. А. Швед; Омский гос. ун-т путей сообщения. Омск, 2016. 50 с.
10. Математика. Часть 1: Практикум и контрольные задания для студентов заочного факультета всех специальностей / Ю. Г. Галич; Омский гос. ун-т путей сообщения. Омск, 2016. 38 с.
11. Математика. Часть 2: Практикум и контрольные задания для студентов заочного факультета всех специальностей / Ю. Г. Галич; Омский гос. ун-т путей сообщения. Омск, 2016. 32 с.
12. Математика. Часть 3: Практикум и контрольные задания для студентов заочного факультета всех специальностей / Ю. Г. Галич; Омский гос. ун-т путей сообщения. Омск, 2017. 29 с.
13. Основы функционального программирования: курс лекций: Учеб. пособие для студ. вузов / Л. В. Городня. – М.: Интернет-Ун-т информ. технологий, 2004. – 272 с.: ил. – (Основы информационных технологий). – Библиогр.: с. 269-271. – 1000 экз. – ISBN 5-9556-0008-6 (в пер.).
14. Посов И. А. Автоматическая генерация задач // Компьютерные инструменты в образовании. 2007. № 1. С. 54-62.
15. Посов И. А. Программирование генераторов задач // Компьютерные инструменты в образовании. 2010. № 3. С. 19-31.
16. Степанов А. В. Система компьютерной генерации заданий по математике // Компьютерные инструменты в образовании. 2000. № 34. С. 28-31.

Bolotyuk Vladimir Anatolyevich

Omsk state transport university, Russia, Omsk
E-mail: rombva@mail.ru

Bolotyuk Liudmila Anatolyevna

Omsk state transport university, Russia, Omsk
E-mail: 4liudmila@gmail.com

On methodical peculiarities of developing generators of cards with problems on mathematics

Abstract. In the process of teaching mathematical disciplines every teacher usually faces the necessity of updating a set of problems of standard calculations, problems for control and individual works. Therefore, it is highly topical to develop software for automation of such work. For automatic compiling, solving and subsequent forming of cards with such problems the authors of the article use the software they developed-generators of cards. The generator of cards on the discipline consists of the main program and several program modules. Developing of these generators of cards let the authors of the article clarify the sequence of steps (technique) for their elaboration. The most proper solver of some category of problems makes it possible to find the solution to any problem of this category. The authors give examples of running modules of various kinds. From the methodical point of view all the range of standard problems that teachers develop and students solve in the process of mathematics teaching are divided into groups depending on what kinds of modules permit to generate them. While developing specific modules of generators of cards it is necessary in the first place to choose the kind of a developed module.

Keywords: higher mathematics; standard calculations workbook; problem; technical university; optimization; software; generator; program