

Мир науки. Педагогика и психология / World of Science. Pedagogy and psychology <https://mir-nauki.com>

2020, №2, Том 8 / 2020, No 2, Vol 8 <https://mir-nauki.com/issue-2-2020.html>

URL статьи: <https://mir-nauki.com/PDF/12PDMN220.pdf>

**Ссылка для цитирования этой статьи:**

Мугаллимова С.Р. Методические особенности организации компьютерного эксперимента с использованием системы динамической математики GeoGebra при работе с математическими утверждениями // Мир науки. Педагогика и психология, 2020 №2, <https://mir-nauki.com/PDF/12PDMN220.pdf> (доступ свободный). Загл. с экрана. Яз. рус., англ.

**For citation:**

Mugallimova S.R. (2020). Methodological features of organizing a computer experiment using the GeoGebra for working with mathematical statements. *World of Science. Pedagogy and psychology*, [online] 2(8). Available at: <https://mir-nauki.com/PDF/12PDMN220.pdf> (in Russian)

УДК 372.851

ГРНТИ 14.25.09

**Мугаллимова Светлана Ринатовна**

БУ ВО ХМАО – Югры «Сургутский государственный педагогический университет», Сургут, Россия  
Доцент

Кандидат педагогических наук

E-mail: [musvri@gmail.com](mailto:musvri@gmail.com)

ORCID: <http://orcid.org/0000-0002-5757-7199>

РИНЦ: [https://www.elibrary.ru/author\\_profile.asp?id=662056](https://www.elibrary.ru/author_profile.asp?id=662056)

## **Методические особенности организации компьютерного эксперимента с использованием системы динамической математики GeoGebra при работе с математическими утверждениями**

**Аннотация.** Развитие информационных технологий порождает новые методы обучения, которые еще требуют описания, обобщения и обоснования. Например, развитие системы динамической математики GeoGebra способствовало появлению большого количества исследований по методике обучения математике. Одним из интересных и перспективных направлений в этой области является компьютерный эксперимент и его возможности для обучения математике. В настоящее время компьютерный эксперимент как метод обучения математике описан недостаточно полно, однако его направленность на преодоление разрыва между теорией и практикой очевидна.

Особое значение в проведении компьютерного эксперимента по математике, в частности – по геометрии, играет динамический чертеж, как средство для выдвижения и проверки гипотез. Для работы с динамическими чертежами автор использует возможности системы динамической математики GeoGebra.

На основе анализа научно-методической литературы в статье описаны место динамических моделей в процессе обучения математике и характерные особенности компьютерного эксперимента при обучении работе с математическими утверждениями.

Сопоставление этапов компьютерного эксперимента, методики логико-математического и методического анализа теоремы, как основного вида математических утверждений, используемого в работе со школьниками, позволило автору описать рекомендации к организации лабораторной работы на основе компьютерного эксперимента с использованием

динамического чертежа. В статье приведен пример лабораторной работы, нацеленной на подготовку к изучению теоремы Пифагора, с использованием программы динамической математики GeoGebra.

Представленный автором материал апробирован в процессе обучения студентов – будущих бакалавров педагогического образования и в работе с учителями математики.

**Ключевые слова:** методы обучения математике; математические утверждения; логико-математический анализ теоремы; компьютерный эксперимент; система компьютерной математики GeoGebra; динамический чертеж; лабораторная работа

## Введение

Эксперимент является традиционным методом научного исследования, широко применяемым в естественнонаучных исследованиях и, с определенной осторожностью, в гуманитарных областях. Широкое распространение информационных технологий, интенсивное развитие программного обеспечения, способствовали формированию разновидности этого метода – эксперимента с использованием компьютерной модели, или компьютерного эксперимента. И если компьютерный эксперимент как метод научного познания прочно вошел в науку, то компьютерный эксперимент как метод обучения еще требует своего осмысления и тщательной проработки.

## Методы

В нашей работе мы придерживаемся понимания эксперимента как метода научного познания, позволяющего планомерно изменять и варьировать различные условия для получения искомого результата, многократно воспроизводить ход процесса в повторяющихся условиях. Вслед за Б.Н. Казаковым [1], отметим, что к эксперименту обычно обращаются для обнаружения у объекта ранее неизвестных свойств, для проверки правильности гипотез или каких-либо теоретических построений, а также для демонстрации явления в учебных целях.

Компьютерный эксперимент стал неотъемлемой частью современных научных исследований. Мы будем понимать компьютерный эксперимент как процесс использования виртуальной модели, реализуемый с помощью персонального компьютера, с целью получения и анализа интересующей исследователя информации о свойствах моделируемой системы [2; 3].

В отечественной педагогике идея использования средств ИКТ в образовании, в частности – в обучении математике, разрабатывалась научной школой М.И. Башмакова. В настоящее время научная школа под руководством М.В. Шабановой ведет исследования, направленные на разработку методики компьютерного эксперимента при обучении математике [4]. В центре внимания коллектива – использование возможностей системы динамической математики GeoGebra при организации (обучающего) компьютерного эксперимента.

Использование программ динамической математики, таких как «Живая математика», «Живая Геометрия», «1С: Математический конструктор» и других предоставляют широкие

возможности для организации активной и плодотворной учебно-познавательной деятельности школьников. Большую популярность среди учителей математики и преподавателей в последнее время приобретает GeoGebra. Перечислим некоторые достоинства указанных программ.

Во-первых, программы позволяют работать с динамическими моделями. И.Ф. Шарыгин [5] в свое время сетовал на чрезмерную статичность, отсутствие идеи движения в традиционном содержании школьной геометрии. Динамический чертеж обеспечивает вариативность математических объектов в зависимости от исходных параметров. А это дает хорошую почву для организации наблюдения, выдвижения гипотез, проведения эксперимента. Во-вторых, имеется возможность работать как с геометрическими, так и алгебраическими объектами. В процессе создания и преобразования моделей используются разные знаковые системы: графическая, символьная, вербальная – что способствует развитию разных видов мышления. В-третьих, использование динамических моделей активизирует визуальное мышление, что позволяет сбалансировать работу левого и правого полушарий головного мозга, и, с точки зрения В.А. Далингера [6], является фактором успешности в обучении математике.

Материалы (апплеты), разработанные в данной программе легко интегрировать в различные системы дистанционного обучения или публиковать с предоставлением доступа на официальном сайте разработчика [7].

В наших работах [8; 9] проведен анализ программных продуктов, используемых в процессе обучения математике и при решении математических задач: «Живая Математика», «GeoGebra», «GEONEXT», «The Geometer's Sketchpad», «Microsoft Mathematics», «1С: Математический конструктор», «Свободная плоскость СвоП 2.0», «Интерактивная Стереометрия Cabri 3D», «Poly» и др. В результате анализа выделен ряд преимуществ программы GeoGebra:

- программа распространяется бесплатно;
- имеется полный набор инструментов для выполнения построений на плоскости, их преобразований и дальнейшей работы с ними;
- наличие 3D-полотна;
- есть возможность работать он-лайн на сайте [10];
- есть средства анализа статистических данных;
- имеется возможность параметрического задания объектов, при этом параметр может принимать случайные значения;
- имеется возможность анимировать динамическую модель, выделять объекты цветом, изменять шрифт, последовательно отображать надписи и элементы чертежа с помощью активных кнопок, выводить протокол построения, условного задания цветовых изменений, отображения объектов и записей, можно варьировать способ задания объекта.

Все это делает программу GeoGebra отличным средством как для обучения математике в целом, так и для организации компьютерного эксперимента при обучении работе с математическими утверждениями в частности.

В основе математической деятельности при работе с программой лежит понятие динамического чертежа. В.Н. Дубровский [11] выделяет три основных «ипостаси» динамического чертежа:

- иллюстрации (и презентации) фактов и рассуждений;

- виртуальная лаборатория, своего рода «установка», позволяющая проводить математические эксперименты, исследовать заданные математические ситуации;
- инструментальная оболочка для выполнения заданий на конструирование.

Работая с динамическим чертежом в GeoGebra, обучающийся может воспользоваться инструментом «Ползунок», функцией анимации, меняя параметры которых, может воспроизводить опыт (эксперимент), варьируя исходные условия и данные.

С.Н. Поздняков отмечает: «Поскольку рисунок (чертеж) в таких средствах есть лишь визуализация алгоритма геометрического построения (конструирования), а строящиеся конструкции имеют, как правило, «свободные» параметры, создаваемые построения можно рассматривать как операции с общими понятиями, такими как произвольный треугольник, произвольный прямоугольный треугольник и пр. и появляется возможность экспериментальной проверки правильности учета всех внутренних существенных связей построенных конструкций простым изменением свободных параметров (реально это просто «шевеления» базовых точек построения). Таким образом, у ученика появляется средство для проверки гипотез с естественной обратной связью» [12, с. 107].

Практика работы со студентами и учителями математики показала, что владения одними лишь интерактивными инструментами, содержащимися в программах динамической математики, недостаточно для решения актуальных педагогических задач. В связи с этим мы поставили ряд вопросов, на которые необходимо ответить для полноценного использования динамических моделей и организации компьютерного эксперимента в процессе обучения математике:

1. Какие образовательные результаты могут быть достигнуты при использовании компьютерного эксперимента?
2. Какие методические задачи можно решать учителю с использованием компьютерного эксперимента?
3. В чем заключается сущность компьютерного эксперимента как метода обучения?
4. Каковы требования к организации компьютерного эксперимента?

Рассмотрим далее ответы на эти вопросы, которые были получены нами при обучении студентов – будущих учителей математики – на занятиях дисциплины по выбору «Создание учебных компьютерных моделей» и на курсах повышения квалификации учителей «Активизация учебно-познавательной деятельности обучающихся на уроках математики с использованием образовательных возможностей системы динамической геометрии GeoGebra».

Критерием для оценки результативности образовательного процесса на всех уровнях образования является соответствие требованиям ФГОС. Практика показывает, что педагоги достаточно хорошо ориентируются в тех требованиях, которые стандарт предъявляет к результатам обучения, но затрудняются указать на то, как эти требования определяют выбор методов обучения, и придерживаются традиционно устоявшихся, преимущественно репродуктивных, методов обучения. Справедливости ради следует отметить возросшую популярность проектного метода обучения, несомненно, способствующего формированию универсальных умений и достижению метапредметных результатов.

Однако многие ученые сетуют на то, что знания, которые получают обучающиеся, так и не находят своего применения, а сам процесс обучения остается теоретизированным, не учитывая прикладную направленность материала. Особенно часто в этом упрекают школьный курс математики. «Мы считаем, что феномен экспериментально-теоретического разрыва – это пятно на репутации педагогического сообщества, поскольку он происходит от недостаточно

продуманного использования систем динамической математики» [13, с. 142]. Действительно, использование компьютерного эксперимента как метода обучения, способствует формированию универсальных учебных действий, в первую очередь – познавательных, а также позволяет организовать самостоятельную проектную и исследовательскую деятельность обучающихся.

При рассмотрении вопроса о том, какие методические задачи можно решать учителю с использованием компьютерного эксперимента, в центре внимания стояли традиционные компоненты методики обучения математике: формирование понятийного аппарата, формирование умений выполнять определенные действия, обучение работе с математическими утверждениями и обучение решению математических задач. Выяснилось, что использование систем динамической математики целесообразно в двух случаях: при формировании понятий и в работе с математическими утверждениями.

Методика работы с понятиями может включать в себя рассмотрение существенных и несущественных свойств объекта на основе динамического чертежа [14], демонстрацию процесса (например, стохастического) «в динамике» [4]. Например, А.А. Вендина и О.И. Михоненко [15] описывают эксперимент, направленный на освоение обучающимися понятия конических сечений, когда обучающиеся выдвигают предположения о кривых, получаемых в результате сечения конуса плоскостью, и с помощью динамической модели проверяют свои гипотезы.

Что касается методики формирования умений обучающихся и обучения решению задач, вопрос остался дискуссионным. Так, например, С.В. Ларин [16] предлагает решать математические задачи с использованием компьютерной анимации, указывая этапы решения: моделирование условия на экране, решение задачи с использованием возможностей анимации и построение математической модели полученного на экране решения. В то же время, многие исследователи [17] подчеркивают: «Экспериментально и теоретически доказано, что компьютерный эксперимент не оказывает существенного влияния на формирование умений решать задачи. Наибольшая эффективность использования компьютерного эксперимента в учебном процессе отмечена на этапах введения понятий, на этапах высказывания гипотетических предположений».

В центре нашего внимания – проведение компьютерного эксперимента с целью изучения свойств математических объектов и формулировки математических утверждений (теорем). Как правило, все исследователи, занимающиеся вопросами использования систем динамической математики, в особенности GeoGebra, единодушно признают достоинства программы и возможности как для активизации учебно-познавательной деятельности обучающихся, так и для обучения выдвиганию гипотез и проверке их на правдоподобие. Например, С.Г. Григорьев и А.Р. Есаян [18] отмечают, что использование таких программ способствует выдвиганию разнообразных гипотез, а также позволяет опровергать выдвиганию разнообразных гипотез, а также позволяет опровергать утверждения, кажущиеся на первый взгляд вполне естественными и правдоподобными.

Как показано в монографии [13], можно выделить несколько видов экспериментов, применяемых в ходе исследовательского обучения математике: конструктивный, иллюстративный, разведочный, контрольный и модифицирующий.

В.Н. Дубровский [11] выделяет следующие виды заданий на эксперимент и исследование, в которых обучающимся предъявляется законченная модель, некоторые элементы которой можно перемещать (как правило, не выполняя новых построений):

- «Сделать геометрическое открытие». Варьируя чертеж, учащиеся обнаруживают закономерности в поведении фигуры (например, инвариантные величины), на



основе чего формулируются теоремы или выделяются некоторые классы объектов и, далее, даются их определения.

- «Черный ящик». Наблюдая за изменениями одних элементов чертежа при перемещении других элементов, учащиеся должны разгадать скрытый связывающий их «механизм».
- Линии уровня.

Перечислим элементы гносеологического цикла и этапы решения исследовательских задач экспериментальной математики, предложенные М.В. Шабановой и ее соавторами [13]:

1. Этап докомпьютерного решения исследовательской задачи:
  - постановка задачи как математической исследовательской;
  - актуализация определений математических понятий, теорем, которые могут пригодиться в ходе решения;
  - обоснование необходимости привлечения компьютерного эксперимента.
2. Этап компьютерного решения исследовательской задачи:
  - выбор или создание ПО, создание динамических чертежей объекта исследования;
  - проведение компьютерного эксперимента;
  - анализ данных, получение выводов с опорой на экспериментальные данные.
3. Этап послекомпьютерного решения исследовательской задачи:
  - использование результатов компьютерного эксперимента для дальнейшего решения задачи;
  - поиск способа доказательства выдвинутых гипотез;
  - использование виртуальной модели для развития идеи задачи, постановки новых задач.

А.В. Букушева [19] выделяет состав приема целеполагания, определяющего деятельность обучающихся в процессе компьютерного эксперимента:

1. выдвижение гипотезы;
2. составление плана проверки гипотезы;
3. деление задачи на подзадачи.

А.А. Вендина, А.К. Киричек [20] показывают, что экспериментальное исследование решения представленного вида задач может быть реализовано в пять этапов:

1 этап – сбор и анализ сведений из школьного курса алгебры и геометрии, необходимых для экспериментального исследования;

2 этап – формулирование гипотезы;

3 этап – создание компьютерной визуализации модели в программе GeoGebra;

4 этап – проверка гипотезы: исследование построенной геометрической конфигурации с привлечением математического инструментария;

5 этап – составление и обсуждение (защита) отчета о проведенной работе.

Т.С. Шириковой [21] показано, что среди компонентов, составляющих процесс работы с теоремой, имеются такие, которые должны проводиться в традиционной форме («на бумаге», «с мелом у доски»): мотивация изучение теоремы, мотивация необходимости доказательства теоремы, ознакомление с доказательством теоремы, подготовка теоремы и способа ее доказательства к применению. При этом есть компоненты, позволяющие в полной мере использовать возможности систем динамической математики. Это ознакомление с фактом, отраженным в теореме, и освоение содержания теоремы.

Нам представляется важным рассмотреть еще несколько моментов, связанных с организацией компьютерного эксперимента. Так, в монографии [13] ставится вопрос о раскрытии экспериментального метода через ряд терминов, среди которых выделим таблицу экспериментальных данных, количество проводимых опытов и др. К сожалению, в данной работе мы не сможем подробно остановиться на этих деталях, тем не менее, не умаляя их значения. Требуют тщательной проработки и другие важные вопросы: выбор целесообразной формы организации деятельности обучающихся (домашняя работа, самостоятельная работа в группах, индивидуальная работа на уроке, дистанционные занятия и др.), расчет временных затрат, отводимых на компьютерный эксперимент, определение критериев и норм оценивания и т. п.

### Результаты

Итак, исходя из анализа литературы, сущности эксперимента как метода познания, и возможностей компьютера как средства обучения, а также на основе опыта работы с учителями и студентами можно выделить следующие характерные признаки компьютерного эксперимента, как метода обучения:

1. Компьютерный эксперимент проводится с определенной методической целью. В процессе обучения математике наиболее целесообразно его проводить для формирования математических понятий и для обучения работе с математическими утверждениями.
2. В работе с математическими утверждениями (теоремами) целесообразно использовать компьютерный эксперимент на этапах ознакомления с фактом, отраженным в теореме, и освоения содержания теорем.
3. Деятельность обучающихся в работе с динамическими моделями концентрируется на выдвижении и проверке гипотез. Эксперимент предполагает проведение серии опытов с изменением входных условий.
4. Основой компьютерного эксперимента является динамический чертеж, позволяющий моделировать изучаемый объект и варьировать его свойства и пространство исходных условий.
5. Обобщение результатов компьютерного эксперимента происходит традиционным («бумажным») способом.

Методика работы учителя по подготовке школьников работе с математическими утверждениями (теоремами) предполагает выполнение логико-математического и методического анализа определенной теоремы. Принято выделять следующие этапы логико-математического анализа теоремы:

1. Анализ формулировки теоремы, включающий определение формы суждения, раскрытие основных частей теоремы, формулировку обратного утверждения и формулировку теоремы-обобщения.

2. Определение места теоремы в структуре школьного курса математики, включающее выявление понятий и отношений между ними, рассматриваемых в формулировке теоремы.
3. Анализ доказательства теоремы.

Методический анализ теоремы включает следующие этапы:

1. Актуализация необходимых знаний, раскрытие содержания теоремы и показ ее необходимости.
2. Формулировка теоремы, ее краткая запись, логический анализ и первичное закрепление формулировки теоремы.
3. Поиск пути доказательства, доказательство и закрепление доказательства теоремы.
4. Применение теоремы в различных ситуациях.

С точки зрения организации компьютерного эксперимента нам представляется важным выделить действия, связанные с анализом формулировки теоремы, выявлением понятий и отношений между ними, а также с раскрытием содержания теоремы.

Таким образом, методическая работа учителя по подготовке и организации компьютерного эксперимента при обучении работе с математическими утверждениями состоит из действий, отображенных в таблице 1.

**Таблица 1**

**Действия учителя по подготовке и организации компьютерного эксперимента при обучении работе с математическими утверждениями**

Действие	Содержание	Результат
Логико-математический анализ теоремы	Выявление понятий и отношений между ними	Уточнение содержания динамического чертежа, лежащего в основе эксперимента
	Анализ формулировки теоремы	Определение содержания опытов с динамическим чертежом
Разработка материалов для проведения компьютерного эксперимента	Подготовка динамического чертежа	Виртуальная модель для проведения эксперимента
	Планирование этапов эксперимента	Карточка (маршрутный лист, план эксперимента и т. п.) для обучающегося
	Прогнозирование примерных формулировок гипотезы	Уточнение содержания динамического чертежа
	Определение структуры таблицы экспериментальных данных	
Планирование учебно-познавательной деятельности обучающихся	Определение времени и места проведения компьютерного эксперимента	План занятия
	Апробация разработанного материала	Корректировка разработанного материала

На основе характерных особенностей компьютерного эксперимента, а также структуры логико-математического и методического анализа теоремы можно определить содержание компьютерного эксперимента, направленного на подготовку к изучению теоремы:

1. Изучение обучающимися подготовленного динамического чертежа. Описание содержащих на нем объектов и связей между ними.
2. Проведение опыта, направленного на установление закономерности, констатируемой в заключении теоремы – изменение положения заданных объектов и наблюдение за изменением установленных ранее связей.



3. Формулировка гипотезы, близкой к формулировке изучаемой теоремы.
4. Проведение опыта, направленного на проверку гипотезы – работа с динамическим чертежом, на котором нарушена одна из связей между объектами (входящая в условие теоремы).
5. Корректировка гипотезы и проверка новой гипотезы на правдоподобие.
6. Формулировка общего утверждения – теоремы.
7. Дедуктивное доказательство теоремы традиционными методами.

В заключение приведем пример лабораторной работы, основанной на идее компьютерного эксперимента.

*Дидактические единицы:* Геометрия – Планиметрия – Свойства прямоугольного треугольника – Теорема Пифагора.

*Цель работы:* вывести формулировку теоремы Пифагора.

*Описание хода работы.*

1. Описание объектов.
2. Опыт 1 с прямоугольным треугольником. Формулировка гипотезы.
3. Опыт 2 с произвольным треугольником. Корректировка гипотезы.
4. Опыт 3. Проверка гипотезы с помощью таблицы
5. Формулировка теоремы.

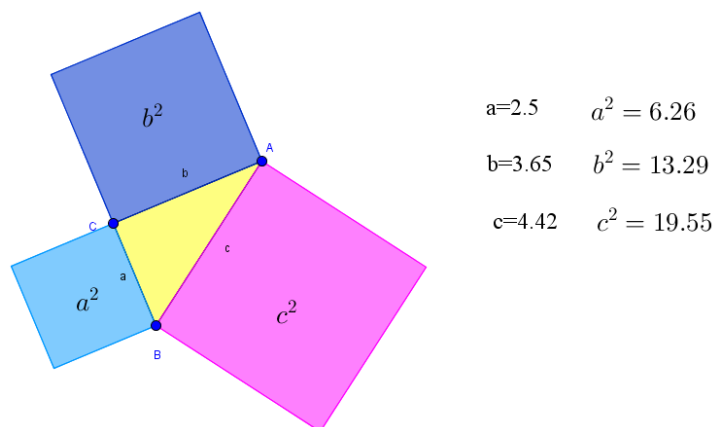
Далее представлена карточка, предназначенная для организации компьютерного эксперимента.

Первый блок заданий предназначен для целеполагания и анализа. Обучающиеся, выполняя задание 1 (рис. 1), актуализируют понятийный аппарат, необходимый для изучения материала, выделяют множество связей между заданными объектами, развивают навыки письменной речи.

<b>Изучение свойства сторон прямоугольного треугольника Лабораторная работа</b>	
Цель:	_____
<i>Задание 1.</i> Изучите чертеж, подготовленный в файле «ТП1.ggb».	
Опишите, какие объекты содержатся на чертеже:	
_____	
Какие отношения между этими объектами можно увидеть?	
_____	
Какие величины используются?	
_____	

*Рисунок 1. Лабораторная работа «Изучение свойства сторон прямоугольного треугольника». Задание 1 (составлено автором)*

Далее обучающиеся проводят опыты, опираясь на динамический чертеж (рис. 2) с занесением результатов в таблицу экспериментальных данных (рис. 3).



**Рисунок 2.** Лабораторная работа «Изучение свойства сторон прямоугольного треугольника». Проведение опыта, опираясь на динамический чертеж (составлено автором)

Задание 2 (Опыт № 1). Изучите чертеж, подготовленный в файле «ТП1.ggb». Изменяя положение точек – вершин треугольника, наблюдайте за изменением показанных на чертеже величин. Результаты наблюдения занесите в таблицу 1.

Таблица 1

a	b	c	a <sup>2</sup>	b <sup>2</sup>	a <sup>2</sup> + b <sup>2</sup>	Сравнение	c <sup>2</sup>

Сформулируйте гипотезу о свойствах фигур

---



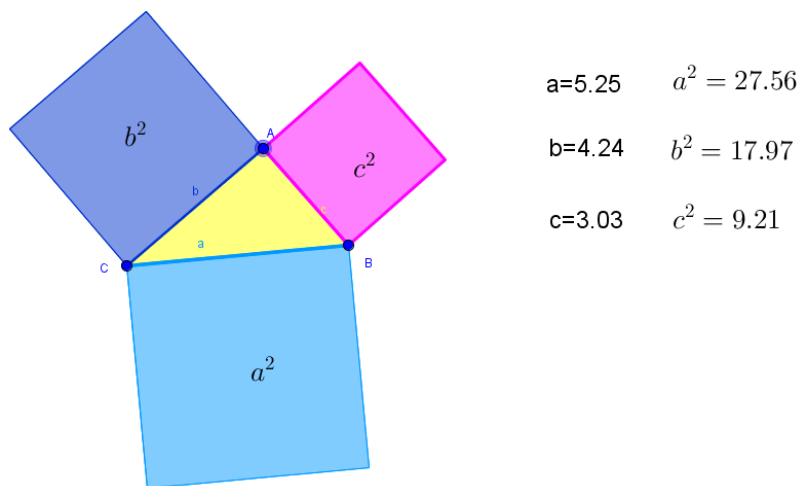
---



---

**Рисунок 3.** Лабораторная работа «Изучение свойства сторон прямоугольного треугольника». Задание 2 (составлено автором)

При выполнении Опыта №1 обучающиеся заполняют таблицу и приходят к выводу: величины  $a$ ,  $b$  и  $c$  связаны равенством  $a^2 + b^2 = c^2$ . Возможный вариант формулировки гипотезы: сумма площадей квадратов, построенных на двух сторонах треугольника, равна площади квадрата, построенного на третьей стороне.



**Рисунок 4.** Лабораторная работа «Изучение свойства сторон прямоугольного треугольника». Проведение опыта, опираясь на новый вариант чертежа, где задан произвольный треугольник (составлено автором)

Следующий опыт опирается на новый вариант чертежа, где задан произвольный треугольник (рис. 4).

Заполнение новой таблицы (рис. 5) приводит к выводу – не в каждом треугольнике сумма площадей квадратов, построенных на двух сторонах, равна площади квадрата, построенного на третьей стороне.

*Задание 3 (Опыт № 2).* Изучите чертеж, подготовленный в файле «ТП2.ggb». Изменяя положение точек – вершин треугольника, наблюдайте за изменением показанных на чертеже величин. Результаты наблюдения занесите в таблицу 2.

Таблица 2

a	b	c	$a^2$	$b^2$	$a^2 + b^2$	Сравнение	$c^2$

Скорректируйте сформулированную ранее гипотезу

---



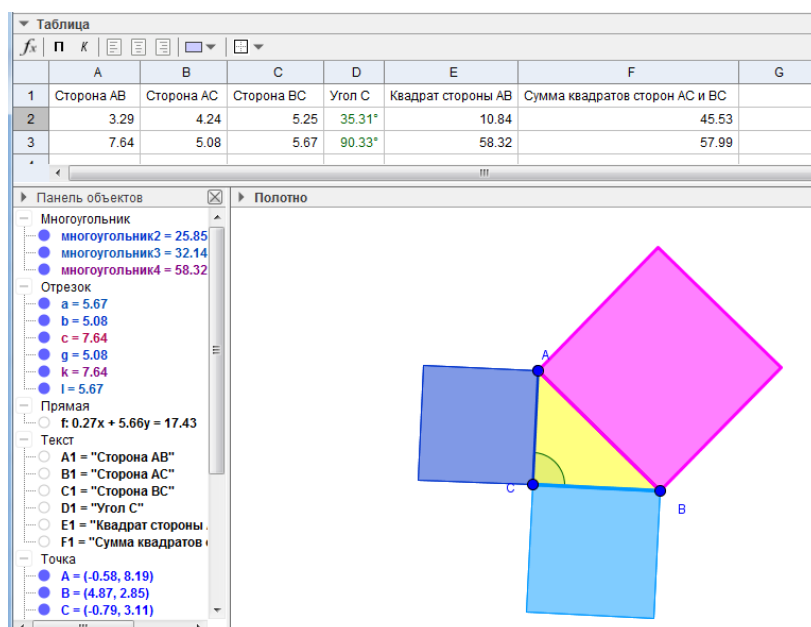
---



---

**Рисунок 5.** Лабораторная работа «Изучение свойства сторон прямоугольного треугольника». Задание 3 (составлено автором)

Теперь обучающиеся приходят к необходимости добавить в формулировку гипотезы упоминание о прямоугольном треугольнике. Гипотеза проверяется на основе нового чертежа, построенного самими обучающимися, и таблицей экспериментальных данных, заполненной самостоятельно (рис. 6).



**Рисунок 6.** Лабораторная работа «Изучение свойства сторон прямоугольного треугольника». Проверка гипотезы (составлено автором)

Если обучающиеся недостаточно хорошо знакомы с программой, им можно предложить новый чертеж, где вид треугольника не закреплён, и бумажный вариант таблицы данных. Гипотеза уточняется (рис. 7), формулируется утверждение, соответствующее теореме Пифагора.

*Задание 4 (Опыт № 3).* Проверьте гипотезу на правдоподобие, самостоятельно выполнив построения и занося значения величин в таблицу (рис. 1).

*Задание 5.* Докажите утверждение о свойствах сторон прямоугольного треугольника (теорему Пифагора).

*Рисунок 7. Лабораторная работа «Изучение свойства сторон прямоугольного треугольника». Задания 4, 5 (составлено автором)*

После того, как задания 1–4 выполнены, учитель организует, например, фронтальное обсуждение, знакомит обучающихся с формулировкой теоремы, предложенной в учебнике, и организует традиционную работу с доказательством теоремы и ее применением в решении задач.

### Обсуждение

Предложенная структура лабораторной работы обсуждалась на семинарах с учителями математики и была апробирована в работе со студентами – будущими бакалаврами педагогического образования. В выпускной квалификационной работе студентки К.В. Малышевой [22] были показаны возможности такой работы для формирования универсальных учебных действий обучающихся.

Исходя из проделанной работы можно констатировать следующее:

1. Компьютерный эксперимент позволяет расширить арсенал методов обучения математике, однако он не может заменить традиционные методы, поскольку применение компьютера ограничено возможностями используемых функций и встроенных инструментов.
2. Применение компьютерного эксперимента в работе с математическими утверждениями позволяет формировать целый спектр универсальных учебных действий, особенно – логических, связанных с выдвижением и проверкой гипотез.
3. Основой компьютерного эксперимента может служить динамический чертеж. Подготовка динамического требует от учителя провести логико-математический анализ утверждения (теоремы). Лабораторная работа может основываться на исследовании нескольких динамических чертежей, в которых варьируются утверждения, содержащиеся в условии теоремы. Мы поддерживаем точку зрения, согласно которой дальнейшая работа с теоремой (ее доказательство и применение) должны быть организованы традиционными способами.
4. Компьютерный эксперимент можно проводить на уроках, дистанционно (например, в период карантина), задать на дом с последующим использованием его результатов на уроке. При этом развиваются не только предметные умения и интеллектуальные качества ученика, но также и его умения, связанные с регуляцией собственной деятельности, а также знаково-символическими и логическими и общеучебными действиями. Таким образом, компьютерный эксперимент можно считать современным методом обучения, а его применение – целесообразным для выполнения требований ФГОС.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Казаков Б.Н. Словарь научных терминов: Справочное пособие. Казань: КГУ, 2008. 32 с.
2. Боев В.Д. Компьютерное моделирование: учеб. пособие / В.Д. Боев, Р.П. Сыпченко. М.: Интуит, 2016. 525 с.
3. Чудинский Р.М. К вопросу о компьютеризации учебного эксперимента // Наука и жизнь. Информационные технологии. 2006. № 6. С. 69–71.
4. Semenikhina E., Drushlyak M. Organization of experimental computing in GeoGebra 5.0 in solving problems of probability theory // European journal of contemporary education. 2015. №1. С. 82–90.
5. Шарыгин И.Ф. Рассуждения о концепции школьной геометрии. М.: Изд-во Московского центра непрерывного математического образования, 2000. – 56 с.
6. Далингер В.А. Когнитивно-визуальный подход к обучению математике как фактор успешности ученика в учебном процессе // Международный журнал экспериментального образования. 2016. № 5–2. С. 206–209; URL: <http://expeducation.ru/ru/article/view?id=9978> (дата обращения: 15.08.2018).
7. Леванов А.В. Об использовании GeoGebra в школьном курсе физики // Инновационные технологии в науке и образовании. 2016. №4. С. 103–106.
8. Мугаллимова С.Р., Абакарова З.С. Роль и место систем динамической математики для формирования математических понятий у учащихся на уроках геометрии // Актуальные вопросы математического образования: состояние, проблемы и перспективы развития: материалы Всероссийской научно-практической конференции (Сургут, 27 февраля – 02 марта 2019 г.). Сургут: Изд-во СурГПУ, 2019. С. 88–92.
9. Мугаллимова С.Р., Малышева К.В. Возможности компьютерного эксперимента по математике для формирования познавательных универсальных учебных действий у обучающихся 7 класса // Актуальные вопросы математического образования: состояние, проблемы и перспективы развития: материалы Всероссийской научно-практической конференции (Сургут, 27 февраля – 02 марта 2019 г.). Сургут: Изд-во СурГПУ, 2019. С. 219–231.
10. GeoGebra. Официальный сайт. Режим доступа: <https://www.geogebra.org>.
11. Дубровский В.Н. Типология динамических чертежей // Материалы XV Международной конференции-выставки «Информационные технологии в образовании» («ИТО-2005»). URL: <http://ito.edu.ru/2005/Moscow/II/1/II-1-5587.html> (дата обращения 16.05.2019).
12. Поздняков С.Н., Морозова А.В., Чухнов А.С. Компьютер в структуре продуктивного обучения математике // Материалы I Всероссийской научно-практической конференции «Университеты в системе поиска и поддержки математически одаренных детей и молодежи». Майкоп: Изд-во АГУ, 2015. С. 105–110.
13. Экспериментальная математика в школе. Исследовательское обучение: коллективная монография / М.В. Шабанова, Р.П. Овчинникова, А.В. Ястребов, и др. М.: Издательский дом Академии Естествознания, 2016. 300 с.



14. Агафонов П.А. Методика формирования геометрических понятий у школьников с применением системы GEOGEBRA // Педагогический журнал. 2019. №1–1. С. 537–545.
15. Вендина А.А., Михоненко О.И. Математический эксперимент в программе GeoGebra как средство интеграции уроков геометрии и информатики // Постулат. 2019. №2. С. 47–55.
16. Ларин, С.В. Методика обучения математике: компьютерная анимация в среде GeoGebra: учебное пособие для вузов М.: Юрайт, 2019. 233 с. (Образовательный процесс). Текст: электронный // ЭБС Юрайт. URL: <https://biblionline.ru/bcode/441296> (дата обращения: 14.09.2019).
17. Таранова М.В. Компьютерный эксперимент как дидактическая единица методической системы формирования математической исследовательской деятельности учащихся // Современные проблемы науки и образования. 2015. № 2–1; URL: <http://www.science-education.ru/ru/article/view?id=17360> (дата обращения: 7.11.2019).
18. Григорьев С.Г., Есяян А.Р. Выдвижение, экспериментальная проверка и доказательство гипотез в GeoGebra // Вестник Московского городского педагогического университета. Серия: Информатика и информатизация образования. 2017. №3 (41). С. 8–20.
19. Букушева А.В. Компьютерный эксперимент в продуктивном обучении будущих бакалавров // АНИ: педагогика и психология. 2017. №4 (21). URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/kompyuternyy-eksperiment-v-produktivnom-obuchenii-buduschih-bakalavrov> (дата обращения: 06.11.2019).
20. Вендина А.А., Киричек К.А. Математический эксперимент в программе GeoGebra как одна из форм реализации интерактивного метода обучения (на примере подготовки студентов педагогического вуза) // МНКО. 2019. №1 (74). URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/matematicheskiy-eksperiment-v-programme-geogebra-kak-odna-iz-form-realizatsii-interaktivnogo-metoda-obucheniya-na-primere-podgotovki> (дата обращения: 13.11.2019).
21. Ширикова Т.С. Проблема сближения содержания школьного курса математики с передовыми рубежами науки // Вестник Северного (Арктического) федерального университета. Серия: Гуманитарные и социальные науки. 2012. №3. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/problema-sblizheniya-soderzhaniya-shkolnogo-kursa-matematiki-s-peredovymi-rubezhami-nauki> (дата обращения: 14.10.2017).
22. Малышева К.В. Организация компьютерного эксперимента по математике для формирования познавательных универсальных учебных действий у обучающихся 7 класса: выпускная квалификационная работа / К.В. Малышева; Сургутский государственный педагогический университет, Факультет управления, Кафедра высшей математики и информатики. Сургут: б.и., 2019. 89 с. Режим доступа: по подписке. URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=562470> (дата обращения: 02.03.2020).

**Mugallimova Svetlana Rinatovna**  
Surgut state pedagogical university, Surgut, Russia  
E-mail: musvri@gmail.com

## **Methodological features of organizing a computer experiment using the GeoGebra for working with mathematical statements**

**Abstract.** The development of information technologies creates new teaching methods that still require description, synthesis and justification. For example, the development of an interactive mathematics software program GeoGebra contributed to the emergence of a large number of studies on mathematics teaching techniques. One of the interesting and promising directions in this field is the computer experiment and its capabilities for teaching mathematics. Currently, the computer experiment as a method of teaching mathematics is not fully described, but its focus on bridging the gap between theory and practice is obvious.

Of particular importance in conducting a computer experiment in mathematics plays a dynamic figure, as a way for formulating and testing hypotheses. The author uses GeoGebra to work with dynamic figures.

Based on the analysis of scientific and methodical literature, the article describes the place of dynamic models in the process of mathematics training and characteristic features of computer experiment in the training of work with mathematical statements.

Comparison of computer experiment stages, logic-mathematical and methodological analysis of theorem as the main type of mathematical statements used in work with schoolchildren allowed the author to describe recommendations for organizing laboratory work based on a computer experiment using a dynamic figure. The paper provides an example of laboratory work aimed at preparing for the study of the Pythagorean theorem using GeoGebra.

The material presented by the author is tested in the process of teaching students – future bachelor of pedagogical education and in work with teachers of mathematics.

**Keywords:** methods of teaching mathematics; mathematical statements; logical and mathematical analysis of theorems; computer experiment; computer mathematics system GeoGebra; dynamic figures; laboratory work