Мир науки. Педагогика и психология / World of Science. Pedagogy and psychology https://mir-nauki.com

2024, Том 12, № 1 / 2024, Vol. 12, Iss. 1 https://mir-nauki.com/issue-1-2024.html

URL статьи: https://mir-nauki.com/PDF/101PDMN124.pdf

5.8.2. Теория и методика обучения и воспитания (по областям и уровням образования)

Ссылка для цитирования этой статьи:
Шипанова, Е. В. Методические аспекты решения многовариантных и многовариативных математических задач / Е. В. Шипанова, О. В. Бочкарева, Т. Ю. Новичкова, Ю. М. Царапкина, А. Г. Миронов // Мир науки. Педагогика и психология. — 2024. — Т. 12. — № 1. — URL: https://mir-nauki.com/PDF/101PDMN124.pdf

For citation:
Shivanova E.V., Bochkareva O.V., Novichkova T.Yu., Tsarapkina Ju.M., Mironov A.G. Methodological aspects of solving multivariate and multivariate mathematical problems. *World of Science. Pedagogy and psychology*. 2024; 12(1): 101PDMN124. Available at: https://mir-nauki.com/PDF/101PDMN124.pdf. (In Russ., abstract in Eng.)

Шипанова Елена Викторовна
ФГКВОУ ВО «Военная академия материально-технического обеспечения имени генерала армии А.В. Хрулева»
Министерства обороны Российской Федерации, Пенза, Россия
Доцент кафедры «Общепрофессиональных дисциплин»
Кандидат педагогических наук, доцент
E-mail: shipanova@list.ru
РИНЦ: https://www.elibrary.ru/author_profile.asp?id=349248

Бочкарева Ольга Викторовна
ФГБОУ ВО «Пензенский государственный университет архитектуры и строительства», Пенза, Россия
Доцент кафедры «Информационно-вычислительные системы»
Кандидат педагогических наук, доцент
E-mail: olyboch@mail.ru
ORCID: https://orcid.org/0000-0001-8723-3322
РИНЦ: https://www.elibrary.ru/author_profile.asp?id=919595

Новичкова Татьяна Юрьевна
ФГКВОУ ВО «Военная академия материально-технического обеспечения имени генерала армии А.В. Хрулева»
Министерства обороны Российской Федерации, Пенза, Россия
Доцент кафедры «Общепрофессиональных дисциплин»
E-mail: novichkova-t@mail.ru
РИНЦ: https://www.elibrary.ru/author_profile.asp?id=919592

Царапкина Юлия Михайловна
ФГБОУ ВО «Российский государственный аграрный университет — МСХА имени К.А. Тимирязева», Москва, Россия
Доцент кафедры «Педагогики и психологии профессионального образования»
Кандидат педагогических наук, доцент
E-mail: Julia_carapkina@mail.ru
ORCID: https://orcid.org/0000-0002-3807-4211
РИНЦ: https://elibrary.ru/author_profile.asp?id=707224
SCOPUS: https://www.scopus.com/authid/detail.url?authorId=57201132641

Миронов Алексей Геннадьевич
ФГБОУ ВО «Красноярский государственный аграрный университет», Красноярск, Россия
Заведующий кафедрой «Психологии, педагогики и экологии человека»
Кандидат сельскохозяйственных наук, доцент
E-mail: lexamir13@mail.ru
ORCID: https://orcid.org/0000-0003-4076-493X
РИНЦ: https://elibrary.ru/author_profile.asp?id=236213

Методические аспекты решения многовариантных и многовариативных математических задач

Аннотация. Авторами проанализирована ситуация с умением решать геометрические задачи. Единый государственный экзамен, вступительные испытания в вузы, в физико-математические школы, олимпиады содержат геометрические задачи высокого уровня сложности, и, как оказалось, именно при решении таких задач учащиеся испытывают наибольшие трудности. Была поставлена задача — выявить методические возможности использования задач курса планиметрии для целенаправленного формирования умений решать сложные геометрические задачи. Чтобы научиться творчески подходить к процессу поиска решения геометрической задачи, авторами предлагаются такие задачи, которые имеют различные способы решения. Различные способы решения могут иметь задачи с однозначной интерпретацией условия (многовариативные) и с неоднозначной интерпретацией условия (многовариантные), когда от местоположения геометрических объектов зависит решение и результат задачи. В статье приведены примеры тех и других задач. Множественность решения задачи зависит от метода решения. Авторами приведена классификация таких методов. Проводилось исследование с целью выяснить, может ли решение многовариативных и многовариантных задач повысить качество подготовки учащихся к решению сложных геометрических задач. Проведена целенаправленная методической работы по формированию умений решать геометрические задачи разными методами и уметь интерпретировать условие задачи. Результат показал, что такая работа позволяет снизить трудности и повысить эффективность решения сложных задач геометрии. Снимается психологический барьер перед поиском решения задачи. Приобретается опыт, систематизируется учебный материал, формируется логическое мышление, развивается интуиция. Овладевая основными методами решения задач, учащиеся начинают рационально планировать поиск решения задачи, выполнять полезные преобразования условия задачи.

Ключевые слова: задача; способы решения; многовариативность; творчество; самостоятельность; анализ; сопоставление

Введение

На сегодняшний день геометрия — одна из самых сложных, но и самых интересных дисциплин школьного курса.

Практика освоения геометрии в школе, опыт учителей свидетельствуют о том, что наибольшие трудности учащиеся испытывают именно при решении геометрических задач. Вступительные испытания в ВУЗы, в физико-математические школы, олимпиады и даже ЕГЭ содержат геометрические задачи высокого уровня сложности. И чтобы быть успешным, необходимо научиться их решать.

В математике решение любой задачи требует установления определенных соотношений между данными и искомыми. В одних задачах это происходит легко, так как соотношения очевидны. Требуется произвести лишь определенные операции с числами. В других задачах связь данных и искомых скрыта от непосредственного усмотрения. Раскрыть ее, сделать очевидной можно только при использовании других, хорошо известных данных. Эти задачи основаны на выборе теорем, определений, применение которых и дает решение.

Конечно же, научиться решать геометрические задачи — это, в первую очередь, включать исследовательские, творческие начала в работу над задачей.

Основная задача геометрии состоит не только в том, чтобы дать учащимся глубокие теоретические знания, но и в том, чтобы научить их самостоятельно решать практические задачи. Перерешать все тысячи задач невозможно. Всегда найдется та, которую еще не решал. Да и запомнить решения всех невозможно, даже если ты ее когда-то решал. Задача геометрии научить решать возникающие вокруг задачи, творчески мыслить, уметь соотносить и преобразовывать чертеж и задачу в целом. Поэтому при решении геометрических задач, нужно предлагать такие задачи, чтобы учащиеся стремились самостоятельным путем приобрести определенные знания, получили навыки самостоятельной и творческой деятельности.

К сожалению, изучение опыта работы школьных учителей, результатов ЕГЭ и различных проверочных и самостоятельных работ говорит о том, что многие учащиеся, имея формальные знания по геометрии, испытывают значительные затруднения при решении геометрических задач. Они в подавляющем большинстве не владеют методами, приемами исследования геометрической ситуации, геометрического чертежа, не умеют анализировать условие данной задачи и соотносить с чертежом, не способны сформулировать гипотезу решения, затрудняются в выборе эффективного способа решения задачи, не делают выводов по решению, хотя психофизиологические особенности их возраста свидетельствуют об их способности к осуществлению всех мыслительных операций, необходимых в процессе исследования и преобразования задачного условия. Наблюдения за процессом обучения школьников курсу геометрии основной школы показали, что многие из них при решении сложных задач остаются пассивными.

Но, сколько бы мы не говорили о трудностях при решении геометрических задач, преодолеть их можно только через решение этих же задач. Многие ученые говорят о методах и приемах обучения решению геометрических задач. Но все же главное — это задачи, с помощью которых ученик учится решать.

Все эти рассуждения выделяют **проблему** исследования, которая состоит в выявлении методических возможностей использования задач курса планиметрии для целенаправленного формирования умений решать сложные геометрические задачи.

Данная проблема легла в основу нашего исследования и определила его **актуальность**.

Цель — на основе анализа задач, имеющих множественное, многовариативное решение, повысить качество подготовки учащихся к решению сложных геометрических задач.

Для достижения цели необходимо решить следующие **задачи**:

1. Изучение научной литературы, научных публикаций по теме, опыта учителей математики, анализ полученной информации.
2. Анализ задач, имеющих множественное, нетривиальное решение.
3. Распределение найденных задач по разделам.
4. Создание сборника задач, имеющих множественное решение.
5. Экспериментальная проверка целесообразности и эффективности использования разработанной системы задач.

Гипотеза исследования: решение многовариативных задач повышает качество подготовки учащихся к решению сложных геометрических задач.

Объект исследования: учащиеся, изучающие геометрию через решение задач.

Предмет исследования: качество подготовки учащихся к решению сложных геометрических задач.

Методология. Для отработки указанных задач и достижения поставленной цели используем анализ психолого-педагогической литературы, изучение опыта работы педагогов, наблюдение и сравнение, педагогический эксперимент по проверке целесообразности и эффективности использования разработанной подборки задач.

Ожидаемые результаты: проведение целенаправленной методической работы по формированию умений решать многовариативные задачи, снизит трудности и повысит эффективность решения сложных задач геометрии.

Основная часть

Для того, чтобы научиться решать задачи, надо много работать. Но эта работа не сводится лишь к решению большого числа задач. Важно овладеть теми приемами и методами, которые позволят ученику решить ту или иную задачу различными методами. «Лучше решить одну задачу несколькими методами, чем несколько задач — одним» (Д. Пойя).

Решение задачи несколькими способами требует от учащихся собственной инициативы, заставляет анализировать и осуществлять самостоятельные решения [1–3].

Мы в своей работе исследуем возможность научиться решать именно такие задачи. Будем рассматривать задачи, имеющие множественное решение.

Задачи, имеющие множественное решение можно подразделить на два вида [4–6]:

1. Задачи на нахождение решений различными способами.
2. Многовариантные геометрические задачи.

Говоря о первом виде геометрических задач, приходится иметь в виду, что существуют различные методы решения одной задачи [7; 8]. Поэтому поиски прежде всего следует направить на выбор конкретного метода. Условно можно эти методы разбить на следующие группы:

- традиционный метод (связан с использованием соотношений в треугольнике и круге, признаками равенства и подобия и др. Часто приходится проводить дополнительные построения, например, описанные окружности, медианы, достраивать до других фигур);
- метод геометрических преобразований (связан с применением преобразований плоскости и пространства: параллельный перенос, симметрия и т. п.);
- векторно-координатный метод (связан с использованием векторов и введением системы координат);
- тригонометрический метод (использует тригонометрические зависимости, теоремы синусов и косинусов);
- переформулировка задачи (замена задачи другой задачей, эквивалентной данной).

Перечисленные методы могут пересекаться, в одном решении может применяться несколько методов. Например, можно заменить исходную задачу другой, которую решают с помощью векторов и преобразований.

Ко второму виду задач относятся геометрические задачи, в которых заданные параметры не позволяют выполнить чертеж однозначно. Существуют различные варианты положения объектов, данных в задаче, относительно друг друга. Подобные задачи нередко встречаются на вступительных экзаменах, во второй части ЕГЭ, где надо описать полное обоснованное решение к каждому случаю и, естественно, являются традиционно сложными.

Приведем примеры задач обоих видов:

1. Задачи на нахождение решений различными способами [9–11].

Задача. В прямоугольном треугольнике с катетами a *и* b *найдите длину биссектрисы, проведенной из вершины прямого угла.*

Решение № 1. Решение на основе теоремы косинусов (приведено на рисунке 1).

Обозначим биссектрису за *x,* и применим к верхнему и нижнему треугольникам теорему косинусов.

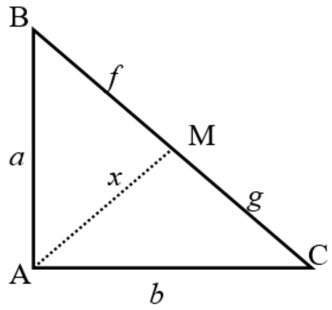

Рисунок 1. *Решение задачи на основе теоремы косинусов (составлено авторами)*

$$g^2 = b^2 + x^2 - \sqrt{2}bx \text{ и } f^2 = a^2 + x^2 - \sqrt{2}ax$$

По теореме о биссектрисе: $\frac{a}{b} = \frac{f}{g} \Rightarrow \frac{a^2}{b^2} = \frac{f^2}{g^2}$. Подставим найденные значения в соотношение: $\frac{a^2}{b^2} = \frac{a^2 + x^2 - \sqrt{2}ax}{b^2 + x^2 - \sqrt{2}bx}$

Проведем преобразования и выразим *x*: $x = \frac{\sqrt{2}ab}{a+b}$.

Как видим, ответ получен, однако, путем очень трудоемкого процесса.

Решение № 2. Решение задачи методом площадей (показано на рисунке 2).

Обозначим биссектрису за *x* и найдем площади всех трех треугольников, имеющихся на чертеже:

$$S_B = \frac{ax}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2},\ S_H = \frac{bx}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2},\ S_{ABC} = \frac{ab}{2}$$

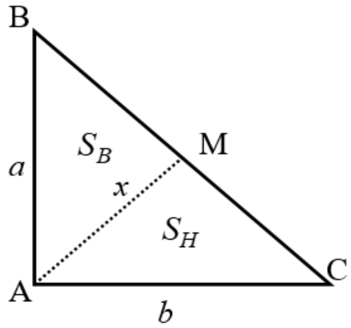

Рисунок 2. *Решение задачи методом площадей (составлено авторами)*

Так как $S_{ABC} = S_B + S_H$, то $\frac{ax}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{bx}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{ab}{2}$. Получим $x = \frac{\sqrt{2}ab}{a+b}$.

Решение № 3. Решение с помощью дополнительных построений (на рисунке 3 представлен первый вариант решения с помощью дополнительных построений) [12; 13].

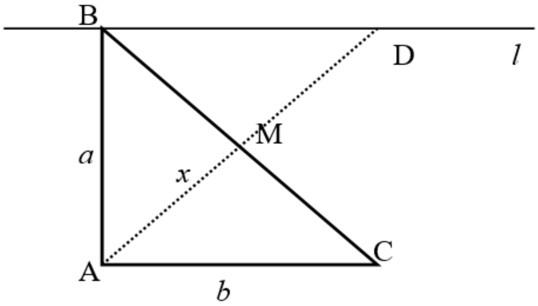

Рисунок 3. *Первый вариант дополнительных построений (составлено авторами)*

Проведем прямую *l* через вершину B параллельно AC. Продолжим прямую AM до пересечения с прямой *l*, получим точку D.

ΔABD — прямоугольный и равнобедренный. По теореме Пифагора $AD = \sqrt{2}a$.

$$MD = AD - AM = \sqrt{2}a - x.$$

Из подобия $\Delta BMD \sim \Delta CMA$ следует отношение:

$$\frac{BD}{AC} = \frac{DM}{MC} = \frac{a}{b} = \frac{\sqrt{2}a - x}{x} \Rightarrow x = \frac{\sqrt{2}ab}{a+b}.$$

Решение № 4. Решение с помощью дополнительных построений (на рисунке 4 показан второй вариант решения с помощью дополнительных построений).

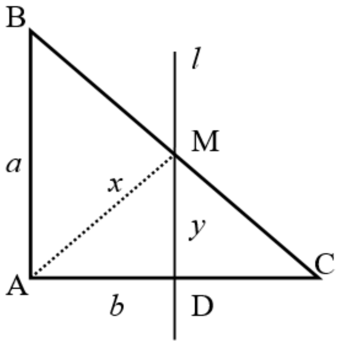

Рисунок 4. *Второй вариант дополнительных построений (составлено авторами)*

Проведем прямую *l* через точку M параллельно AB. $l \cap AC = D$.

И рассматриваем уже ΔAMD — прямоугольный и равнобедренный. Получаем результат $x = \frac{\sqrt{2}ab}{a+b}$.

Решение № 5. Решение с помощью дополнительных построений (на рисунке 5 проиллюстрирован третий вариант решения с помощью дополнительных построений).

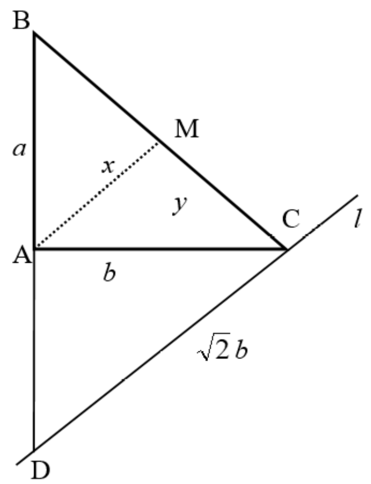

Рисунок 5. *Третий вариант дополнительных построений (составлено авторами)*

Проведем прямую l через точку C параллельно AM. Продолжим прямую AB до пересечения с l, получим точку D. ΔACD — прямоугольный и равнобедренный. $CD = \sqrt{2}b$ (по теореме Пифагора). Из подобия треугольников: $\Delta ABM \sim \Delta DBC$ имеем $\dfrac{AM}{AB} = \dfrac{DC}{DB}$. И также находим переменную x.

Решение № 6. Координатный метод (приведен на рисунке 6).

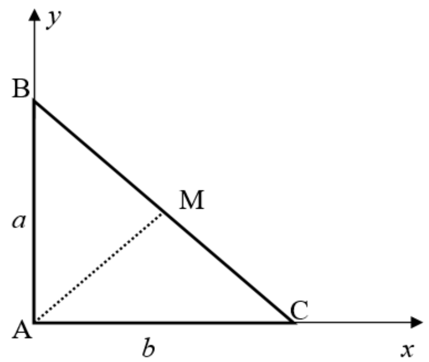

Рисунок 6. *Решение задачи методом координат (составлено авторами)*

Введем декартову систему координат: A(0;0), B(0;a), C(b;0). Составим уравнение прямой BC через 2 точки: $\dfrac{x - x_1}{x_2 - x_1} = \dfrac{y - y_1}{y_2 - y_1}$, после преобразований получим: $y = -\dfrac{a}{b}x + a$.

Зададим прямую AM аналитически: $y = x$. Найдем координаты точки M как точку пересечения двух прямых:

$$\begin{cases} y = -\dfrac{a}{b}x + a \\ y = x \end{cases} \Rightarrow M\left(\frac{ab}{a+b}; \frac{ab}{a+b}\right)$$

Тогда $AM = \dfrac{\sqrt{2}ab}{a+b}$.

Теперь покажем второй вид задач — это многовариантные задачи.

101PDMN124
Издательство «Мир науки» \ Publishing company «World of science» http://izd-mn.com

Задача. Длина окружности, описанной около равнобедренного треугольника, равна 20π. *Найдите площадь этого треугольника, если его основание равно 12.*

Необходимо рассмотреть два случая: в первом треугольнике $\angle C_1$ — острый, во втором $\angle C_2$ — тупой.

Конечно, существуют более сложные многовариантные задачи, которые нередко встречаются на олимпиадах. Естественно, такие задачи надо учиться решать целенаправленно.

Задача. Угол ABC равен 60^0, *причем AB = BC = a. Окружность* O_1 *касается AB в точке A, а окружность* O_2 *касается BC в точке C, кроме того, эти окружности касаются друг друга внешним образом. Найти радиусы окружностей, если известно, что их отношение равно двум.*

Если известно, что окружность касается прямой в данной точке, то отсюда еще не следует однозначность положения ее центра в одной из полуплоскостей, определяемых прямой. Этот факт нередко служит источником неопределенности геометрической задачи. Как раз здесь мы столкнулись с подобной ситуацией. Действительно каждый из центров O_1 или O_2 может находиться как внутри угла, так и вне его.

Случай № 1, когда обе окружности располагаются внутри угла, изображен на рисунке 7.

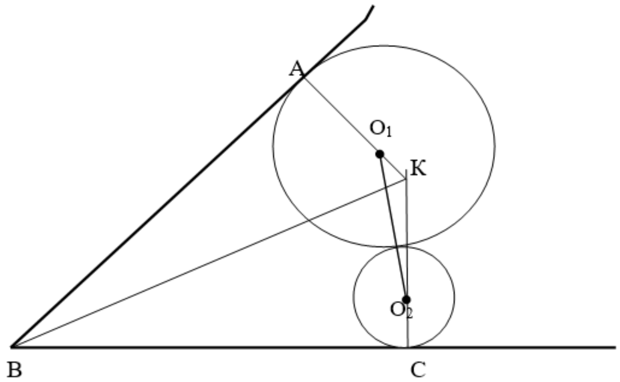

Рисунок 7. *Случай, когда обе окружности располагаются внутри угла (составлено авторами)*

После решения имеем ответ: $r = \dfrac{\sqrt{35} - 3\sqrt{3}}{4} a$.

Случай № 2, когда одна окружность располагается внутри угла, а вторая внешним образом касается луча BC, показан на рисунке 8.

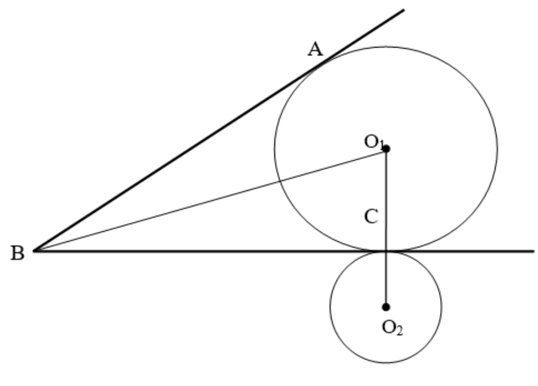

Рисунок 8. *Случай, когда одна окружность располагается внутри угла, а вторая внешним образом касается луча BC (составлено авторами)*

В этом случае: $O_1C = \frac{a\sqrt{3}}{3}$, а $O_2C = \frac{a\sqrt{3}}{6}$ (рис. 13).

Случай № 3, когда первая окружность внешним образом касается луча BA, а вторая располагается внутри угла, продемонстрирован на рисунке 9.

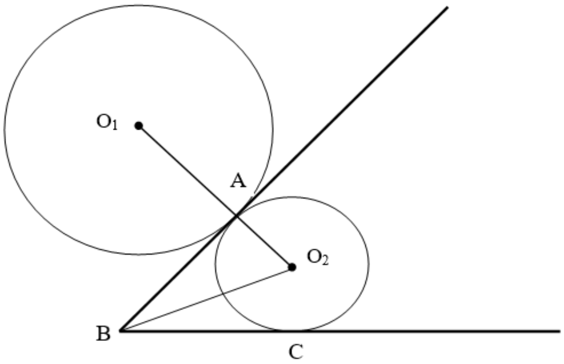

Рисунок 9. *Случай, когда первая окружность внешним образом касается луча BA, а вторая располагается внутри угла (составлено авторами)*

Получаем: $O_2A = \frac{a\sqrt{3}}{3}$, $O_1A = \frac{2a\sqrt{3}}{3}$ (рис. 14).

Случай № 4, когда обе окружности внешним образом касаются лучей угла, изображен на рисунке 10.

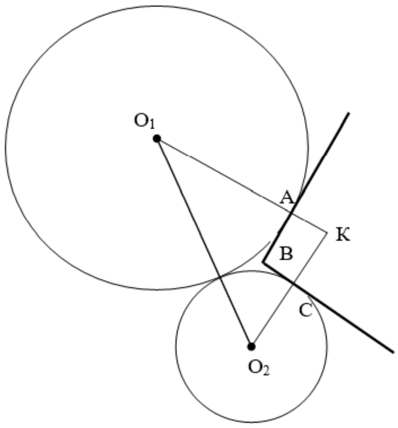

Рисунок 10. *Случай, когда обе окружности внешним образом касаются лучей угла (составлено авторами)*

Ответ в этом случае: $r = \frac{\sqrt{35}+3\sqrt{3}}{4}a$.

Итог: Ответ: $\frac{\sqrt{35}-3\sqrt{3}}{4}a$ и $\frac{\sqrt{35}-3\sqrt{3}}{2}a$, или $\frac{a\sqrt{3}}{3}$ и $\frac{a\sqrt{3}}{6}$, или $\frac{a\sqrt{3}}{3}$ и $\frac{2a\sqrt{3}}{3}$, или $\frac{\sqrt{35}+3\sqrt{3}}{4}a$ и $\frac{\sqrt{35}+3\sqrt{3}}{2}a$.

В целях определения доступности и эффективности подобранной нами совокупности задач был проведен обучающий эксперимент, в восьмых классах.

Для сравнения с результатами обучения были определены экспериментальный класс 8 «А» (24 человек) и контрольный класс 8 «Б» (27 человек).

Для определения готовности обучающихся к решению таких задач мы провели диагностическую самостоятельную работу. Каждому классу было предложено по две задачи (из каждого раздела по одной). Данные задачи представлены в таблице 1.

Таблица 1

Задачи для первой самостоятельной диагностической работы

Задача 1	*Задача 2*
Найти площадь трапеции, основания которой равны 20 см и 10 см, а боковые стороны 6см и 8 см. Найдите несколько способов решения задачи.	Найти длины сторон АВ и АС треугольника АВС, если ВС = 8, а длины высот, проведенных к АС и ВС, равны соответственно 6,4 и 4. Рассмотрите все возможные случаи.

Составлено авторами

После проверки самостоятельной работы, выяснилось, что процент решенных задач невелик.

В таблице 2 показаны 8 результаты решения первой самостоятельной диагностической работы 8 «А» класса.

Таблица 2

Результаты решения первой самостоятельной диагностической работы 8 «А» класса

	Хотя бы 1 решение	2 решения	3 решения	Не решили
Задача 1	12	6	1	12
Задача 2	16	0	0	8

Составлено авторами

В таблице 3 отображены результаты решения первой самостоятельной работы 8 «Б» класса.

Таблица 3

Результаты решения первой самостоятельной работы

	Хотя бы 1 решение	2 решения	Не решили
Задача 1	13	5	13
Задача 2	18	2	8

Составлено авторами

Мы собрали задачи с решениями двух видов в сборник задач.

В экспериментальном классе провели факультативные занятия.

После занятий снова провели самостоятельную работу как в 8 «А», так и в 8 «Б» классах. Предлагаемые для решения задачи приведены в таблице 4.

Таблица 4

Задачи для повторной самостоятельной диагностической работы

Задача 1	*Задача 2*
В прямоугольном треугольнике с катетами a и b найдите длину биссектрисы, проведенной из вершины прямого угла. Найдите несколько способов решения задачи.	ABCDE — правильный пятиугольник. Точка M обладает таким свойством, что — равносторонний. Найти величину угла AMC. Рассмотрите все возможные случаи.

Составлено авторами

Издательство «Мир науки» \ Publishing company «World of science» http://izd-mn.com

Результат в 8 «А» классе оказался значительно лучше, чем результаты 8 «Б» класса. Почти все учащиеся 8 «А» класса решили предложенные две новые задачи. В таблицах 5 и 6 представлены результаты повторной самостоятельной диагностической работы.

Таблица 5

Результаты повторной самостоятельной работы 8 «А» класса

	Хотя бы 1 решение	2 решения	3 решения	4 решения	Не решили
Задача 1	20	10	5	2	2
Задача 2	18	5	0	0	4

Составлено авторами

Таблица 6

Результаты повторной самостоятельной работы 8 «Б» класса

	Хотя бы 1 решение	2 решения	Не решили
Задача 1	14	6	11
Задача 2	16	2	9

Составлено авторами

Специальные факультативные занятия показали заинтересованность в различных способах решения, нацелило учеников на поиск других подходов к задаче. На занятиях появился дух соревновательности: кто быстрее решит поставленную задачу и каким способом.

Мы делаем заключение, что созданная нами подборка задач, действительно может повысить качество подготовки учащихся к решению сложных геометрических задач.

Заключение

При решении задач несколькими способами и многовариантных задач [14–16]:

1. Снимается психологический барьер перед поиском решения задачи.
2. Приобретается опыт.
3. Систематизируется учебный материал.
4. Формируется логическое мышление.
5. Развивается интуиция.
6. Расширяется общеобразовательный кругозор.
7. Овладевая основными методами решения задач, составляющими важную часть многих эвристических алгоритмов, можно рационально планировать поиск решения задачи, выполнять полезные преобразования условия задачи, а также использовать известные приемы познавательной деятельности — наблюдение, сравнение, обобщение.
8. Решение многовариантных задач позволяет научиться видеть, что решение данной задачи требует рассмотрения нескольких случаев построения чертежа, а не «хвататься» за разбор того, который лежит на поверхности.

Созданный сборник задач может служить хорошими подспорьем при подготовке учащихся к олимпиадам, вступительным испытаниям различного уровня, ЕГЭ и к урокам, для развития математических способностей, так же учителями для организации работ с учащимися.

ЛИТЕРАТУРА

1. Назаров А.Д., Атагишиева Г.С., Испагиева А.Д. Методика различных способов решения геометрических задач // Современные вопросы взаимодействия образования, науки и общества. — 2023 г. — С. 179–182. — URL: https://www.elibrary.ru/item.asp?id=54102725 (дата обращения 27.12.2023).
2. Шабашова О.В. Методологические аспекты обучения решения планиметрических задач // Азимут научных исследований: педагогика и психология. 2018. — Т. 7 — № 1(22) — С. 227–229. — URL: https://www.elibrary.ru/item.asp?id=32694520 (дата обращения 24.12.2023).
3. Шипанова Е.В., Новичкова Т.Ю., Бочкарева О.В. Коллективные решения творческих задач как один из методов интерактивного обучения математике // Вестник военной академии материально-технического обеспечения. — 2018. — № 3(15). — С. 143–148. — URL: https://www.elibrary.ru/item.asp?id=38474750 (дата обращения 12.11.2023).
4. Шипанова Е.В., Новичкова Т.Ю., Бочкарева О.В. Особенности организации первого этапа подготовки к Всеармейским олимпиадам по математике // Современная методика обучения математике: теория и практика математического образования в школе и вузе. 2023. — С. 142–147.
5. Новичкова Т.Ю., Шипанова Е.В., Бочкарева О.В. Построение блоков взаимосвязанных задач с целью развития способностей учащихся к исследовательской деятельности // Образование и наука в современном мире. Инновации. — 2023. — № 1(44). — с. 8–165. — URL: https://www.elibrary.ru/item.asp?id=50311729 (дата обращения 13.12.2023).
6. Садовников Н.В., Садовникова Н.М., Султанова Г.А. Реализация методики работы над задачей при решении стереометрической задачи школьного курса // Дневник науки: электронный журнал. — № 5(53). — 2021. — С. 12 — URL: https://www.elibrary.ru/item.asp?id=46195722 (дата обращения 13.12.2023).
7. Султанова Г.А., Зубкова Ю.А., Султанов А.Я. Методические особенности решения некоторых олимпиадных задач по математике // Современное образование: научные подходы, опыт, проблемы, перспективы. — 2023. — С. 127–129. — URL: https://www.elibrary.ru/item.asp?id=54480815 (дата обращения 22.12.2023).
8. Шишлянникова А.В. Приемы обучения решению геометрических задач. Задачи — цепочки // Актуальные вопросы образования и науки. — 2014. — С. 159–161.
9. Бородина Я.Г. Ключевая задача, как обобщенный прием решения геометрических задач // Наука в современном мире: вопросы теории и практики. — 2020. — С. 164–179. — URL: https://www.elibrary.ru/item.asp?id=43028730 (дата обращения 23.12.2023).
10. Дежнёва Е.В. Использование задач на готовых чертежах для формирования у учащихся умений и навыков решения геометрических задач // Наука и образование: сохраняя прошлое, создаем будущее. — 2021. — С. 21–24.
11. Гарбарук В.В., Семенов В.А., Терентьева У.В. Аналитическое решение геометрических задач // Актуальные проблемы преподавания математики в техническом вузе. — 2020. — № 8. — С. 69–74. — URL: https://www.elibrary.ru/item.asp?id=47219444 (дата обращения 24.12.2023).

12. Барский И.Б., Сергеева И.Н. Некоторые вопросы методики решения геометрических задач на построение // Физико-математическое и естественнонаучное образование: наука и школа. XVIII Емельяновские чтения Йошкар-Ола. — 2021. — С. 55–60. — URL: https://www.elibrary.ru/item.asp?id=47384976 (дата обращения 26.12.2023).

13. Останов К., Мамиров Б.У., Актамонова В.У. О методике решения задач с помощью геометрических преобразований // EUROPEAN SCIENCE. — 2019. — № 4(46). — С. 58–60. — URL: https://www.elibrary.ru/item.asp?id=38487358 (дата обращения 02.01.2024).

14. Ульянова И.В., Сарванова Ж.А. Методика обучения учащихся решению геометрических задач в контексте укрупнения дидактических единиц // Учебный эксперимент в образовании. — 2022. — № 3(103). — С. 89–97. — URL: https://www.elibrary.ru/item.asp?id=49778266 (дата обращения 28.12.2023).

15. Ураимхалилова А.У. Методика развития учебно-математической деятельности учащихся в процессе решения геометрических задач на вычисление // Проблемы современной науки и образования. — 2019. — № 2(135). — С. 52–55. — URL: https://www.elibrary.ru/item.asp?id=36998112 (дата обращения 02.01.2024).

16. Царапкина Ю.М. Использование кейс-технологий при обучении студентов // Образование и наука. — 2015. — № 3(122). — С. 120–129. URL: https://www.elibrary.ru/download/elibrary_23179405_27645089.pdf (дата обращения 05.01.2024).

Shivanova Elena Viktorovna
«Military Academy of Logistics named after Army General A.V. Khrulev»
Ministry of Defense of the Russian Federation, Penza, Russia
E-mail: shipanova@list.ru
RSCI: https://www.elibrary.ru/author_profile.asp?id=349248

Bochkareva Olga Viktorovna
Penza State University of Architecture and Construction, Penza, Russia
E-mail: olyboch@mail.ru
ORCID: https://orcid.org/0000-0001-8723-3322
RSCI: https://www.elibrary.ru/author_profile.asp?id=919595

Novichkova Tatyana Yurievna
«Military Academy of Logistics named after Army General A.V. Khrulev»
Ministry of Defense of the Russian Federation, Penza, Russia
E-mail: novichkova-t@mail.ru
RSCI: https://www.elibrary.ru/author_profile.asp?id=919592

Tsarapkina Julia Michailovna
Russian State Agrarian University — Moscow Timiryazev Agricultural Academy, Moscow, Russia
E-mail: Julia_carapkina@mail.ru
ORCID: https://orcid.org/0000-0002-3807-4211
RSCI: https://elibrary.ru/author_profile.asp?id=707224
SCOPUS: https://www.scopus.com/authid/detail.url?authorId=57201132641

Mironov Aleksei Gennadievich
Krasnoyarsk State Agrarian University, Krasnoyarsk, Russia
E-mail: lexamir13@mail.ru
ORCID: https://orcid.org/0000-0003-4076-493X
RSCI: https://elibrary.ru/author_profile.asp?id=236213

Methodological aspects of solving multivariate and multivariate mathematical problems

Abstract. The authors analyzed the situation with the ability to solve geometric problems. The Unified State Exam, entrance tests to universities, physics and mathematics schools, and Olympiads contain geometric problems of a high level of complexity, and, as it turns out, it is when solving such problems that students experience the greatest difficulties. The task was set to identify methodological possibilities for using the tasks of the planimetry course for the purposeful development of skills in solving complex geometric problems. In order to learn how to creatively approach the process of finding a solution to a geometric problem, the authors propose problems that have different methods of solution. Various solution methods can have problems with an unambiguous interpretation of the condition (multivariate) and with an ambiguous interpretation of the condition (multivariate), when the solution and result of the problem depend on the location of geometric objects. The article provides examples of these and other tasks. The multiplicity of solutions to a problem depends on the solution method. The authors provide a classification of such methods. A study was conducted to determine whether solving multivariate and multivariate problems could improve students' preparation for solving complex geometry problems. Targeted methodological work was carried out to develop the skills to solve geometric problems using different methods and be able to interpret the conditions of the problem. The result showed that such work can reduce difficulties and increase efficiency in solving complex geometry problems. The psychological barrier to finding a solution to the problem is removed. Experience is gained, educational material is systematized, logical thinking is formed, and intuition develops. Having mastered the basic methods of solving problems, students begin to

rationally plan the search for a solution to the problem and carry out useful transformations of the problem conditions.

Keywords: problem; methods of solution; multivariability; creativity; independence; analysis; comparison